UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ

FACFIS
Faculdade de Física

Física Fundamental III

Cap. 24 – Potencial Elétrico

Prof. Isaac Torres

24-1

Potencial Elétrico

A Energia Potencial Elétrica

Vamos agora estudar um conceito fundamental do eletromagnetismo: o **potencial elétrico**, medido em volts (V).

Esse conceito está muito presente em nosso dia-a-dia: nossos aparelhos são 110V ou 220V. *Mas o que significa isso?*

Veremos que esse conceito vem da eletrostática, que estamos estudando: o potencial está *intimamente ligado ao conceito de campo elétrico.*

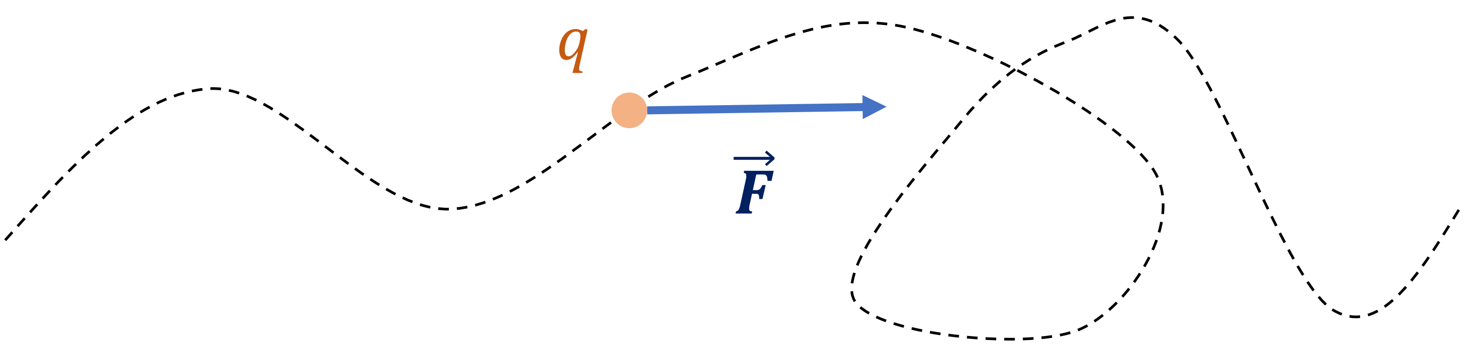
A Energia Potencial Elétrica

- Toda força, ao gerar deslocamento, realiza trabalho. A força elétrica também.

- Quando um campo elétrico $\vec{E}$ atua sobre uma partícula carregada q, atua sobre esta carga uma força elétrica dada por

$$\vec{F} = q\vec{E} \ .$$

- Essa força irá, portanto, realizar **trabalho** sobre esta partícula, para que possa desloca-la.



A Energia Potencial Elétrica

- Se a partícula sai de uma posição inicial i para uma posição final f (ambos pontos do espaço $\mathbb{R}^3$), o trabalho W realizado pela força vale:

$$W = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

- onde $d\vec{l}$ é o vetor tangente à trajetória vezes dt. É o chamado *elemento de linha*.

- Esse é um tipo de integral chamado *integral de linha* ou *integral de caminho*, estudada no cálculo vetorial (ver H.L. Guidorizzi, *Um Curso de Cálculo*, vol. 2 e 3).

A Energia Potencial Elétrica

- Sabemos da mecânica que esse trabalho corresponde à variação de energia cinética da partícula ΔK, o chamado *Teorema Trabalho-Energia Cinética*, que se expressa matematicamente como:

$$\boxed{\mathrm{W} = \Delta K}$$

- Ou seja:

$$\boxed{\int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{l} = \frac{1}{2} m \mathrm{v}_f^2 - \frac{1}{2} m \mathrm{v}_i^2}$$

- uma vez que a energia cinética é $K = \frac{1}{2} m \mathrm{v}^2$.

A Energia Potencial Elétrica

- A partir daí, para que valha um princípio de conservação da energia, definimos inicialmente a variação de energia potencial elétrica ΔU como sendo o oposto da variação de energia cinética:

$$\boxed{\Delta U = -\Delta K = -W = -\int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{l}}$$

- Dessa forma, para que possamos definir a energia potencial U, de modo a valer o princípio da conservação da energia, devemos escolher um ponto de referência i e arbitrar um valor para U_i.

- Geralmente tomamos $i \longrightarrow \infty$ e $U_i = 0$, pois é intuitivo que os campos tendam a zero no infinito. Com isso, podemos dizer que a energia potencial é:

$$\boxed{U(\vec{r}) = -\int_\infty^{\vec{r}} \vec{F} \cdot d\vec{l}\ .}$$

O Conceito de Potencial Elétrico

- O potencial elétrico V nada mais é do que energia potencial U por unidade de carga q:

$$\boxed{V = \frac{U}{q}\ .}$$

- Note a semelhança com a definição de campo elétrico: o campo elétrico é a força elétrica por unidade de carga.

- Unidade SI: *volt* (V):

$$1V = \frac{1J}{1C}\ .$$

O Conceito de Potencial Elétrico

- Portanto, a partir da definição integral de energia potencial elétrica, como $\vec{F} = q\vec{E}$, temos:

$$\boxed{V(\vec{r}) = -\int_{\infty}^{\vec{r}} \vec{E} \cdot d\vec{l}}$$

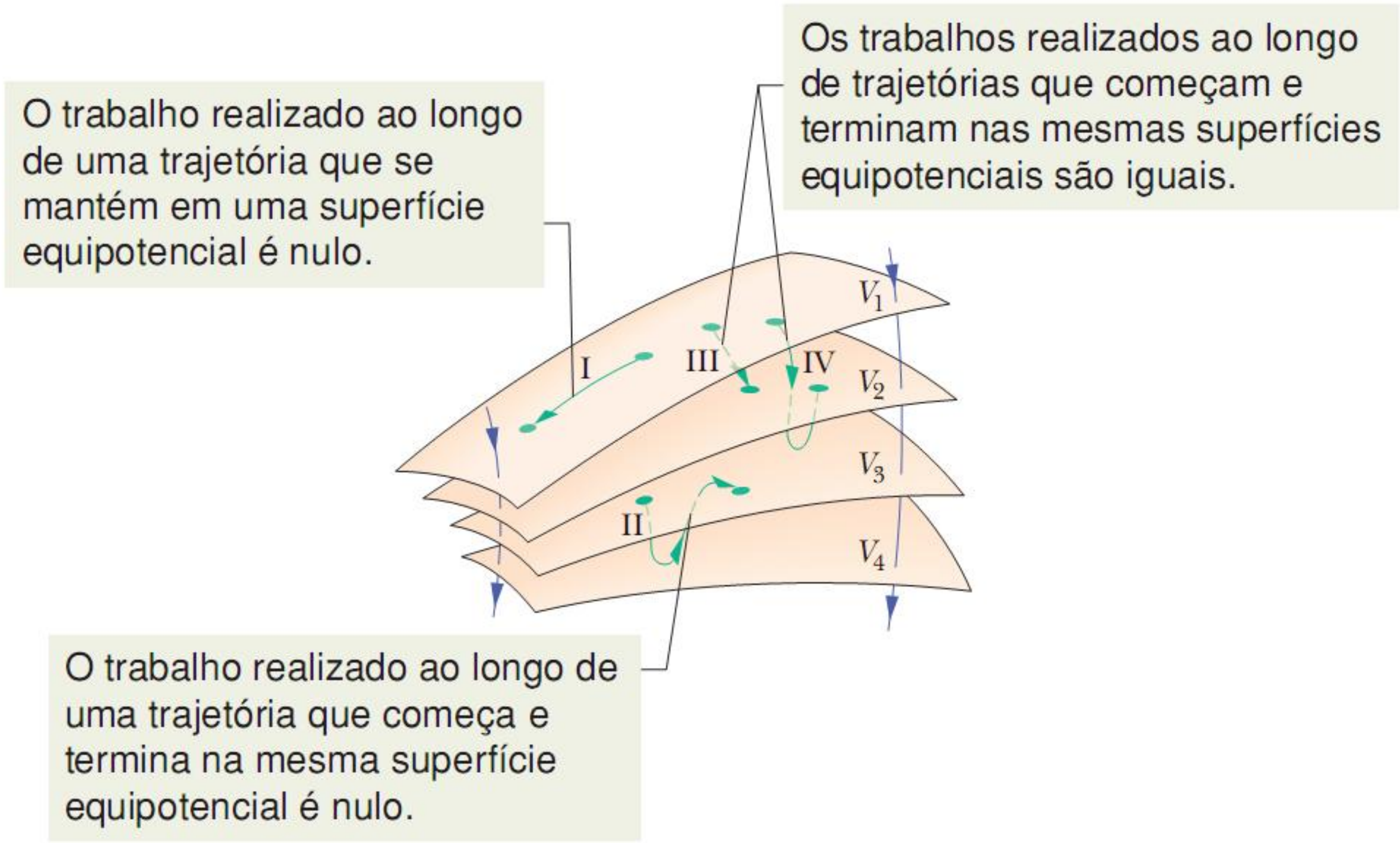
- Esta é a relação que permite obter o potencial a partir do campo.

24-2

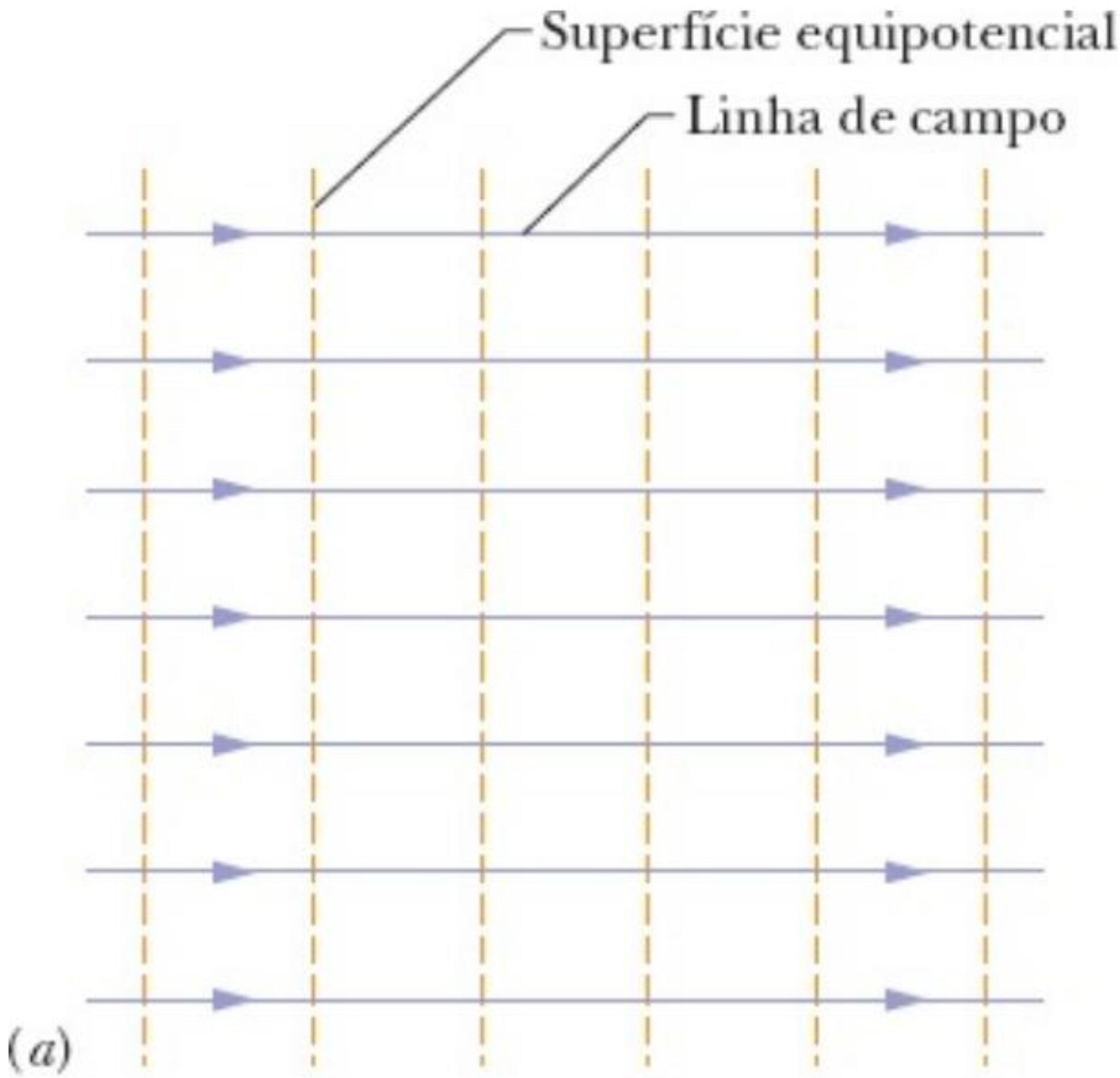
Superfícies Equipotenciais e o Campo Elétrico

Superfícies Equipotenciais

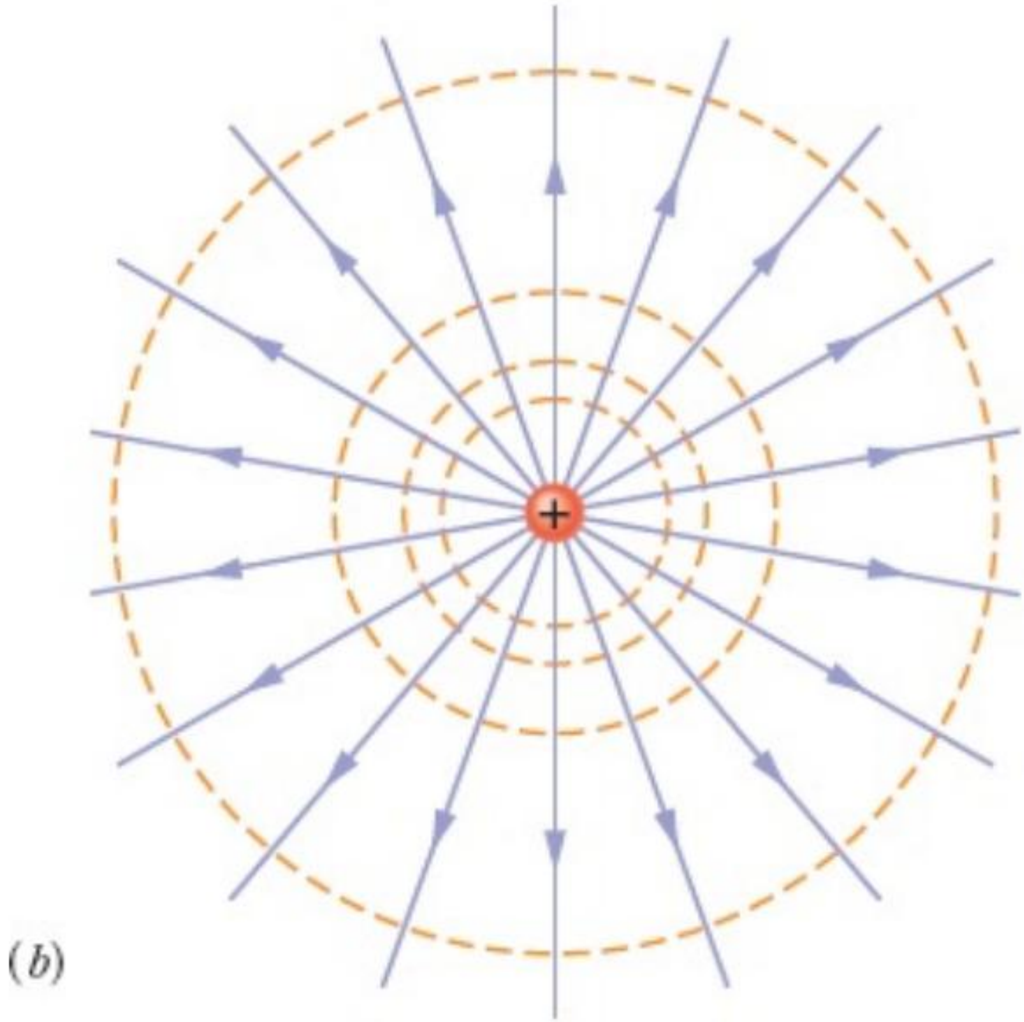
- Pontos vizinhos que possuem o mesmo potencial elétrico formam uma **superfície equipotencial**, que pode ser uma superfície real ou imaginária.



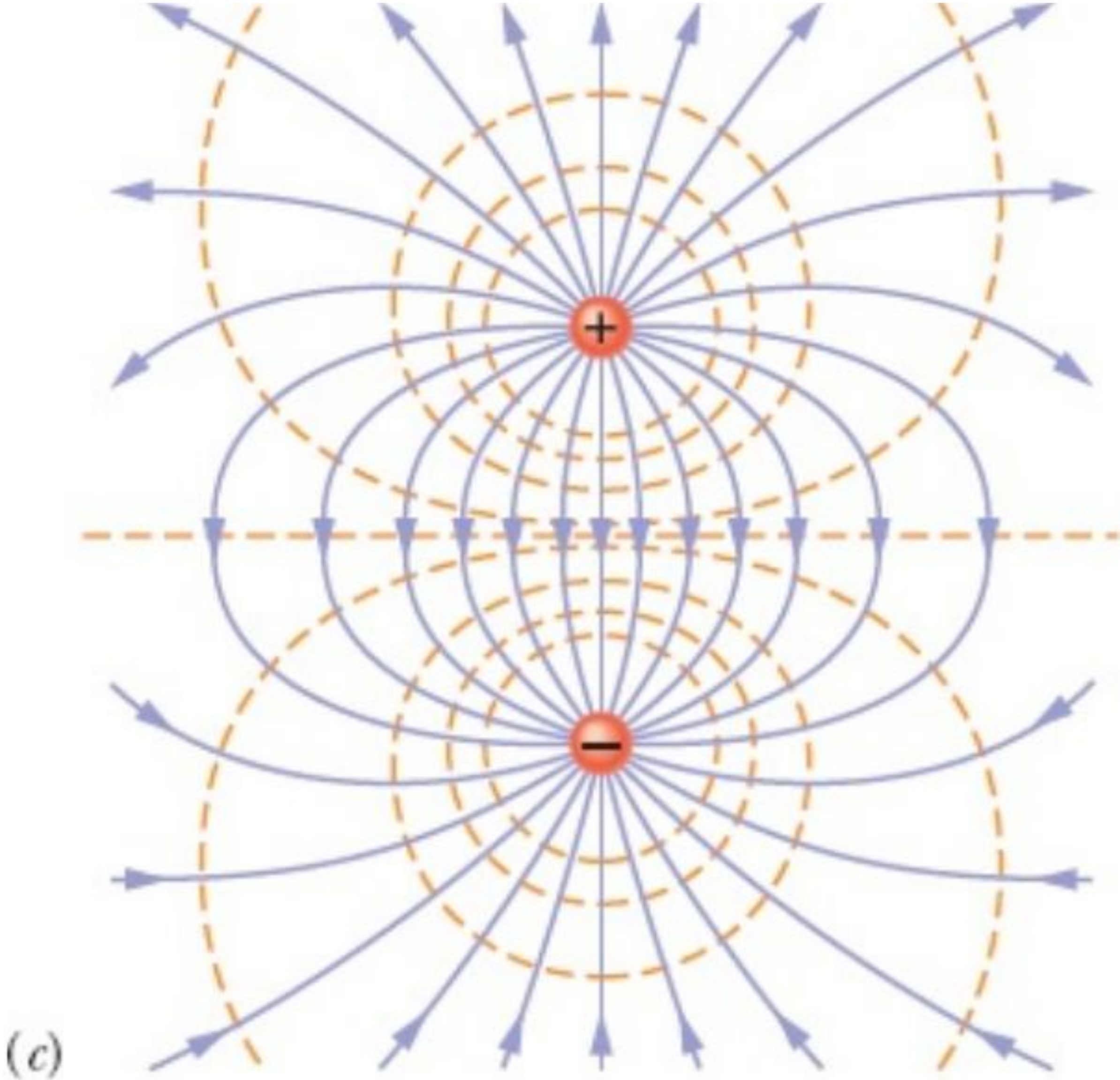
Exemplo 1 – Campo Uniforme



Exemplo 2 – Campo do Monopolo



Exemplo 3 – Campo do Dipolo

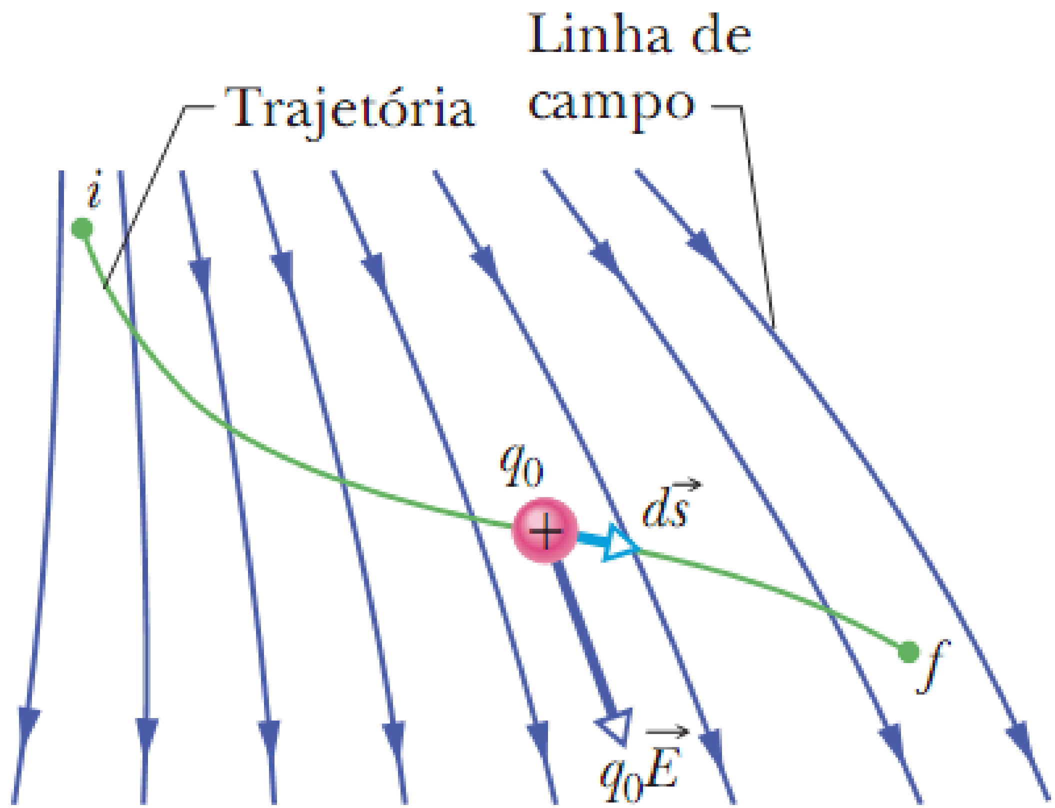


Relação Aproximada Entre $\vec{E}$ e V

- A diferença de potencial ΔV entre dois pontos separados por uma distância pequena Δx, onde o campo elétrico é E, vale:

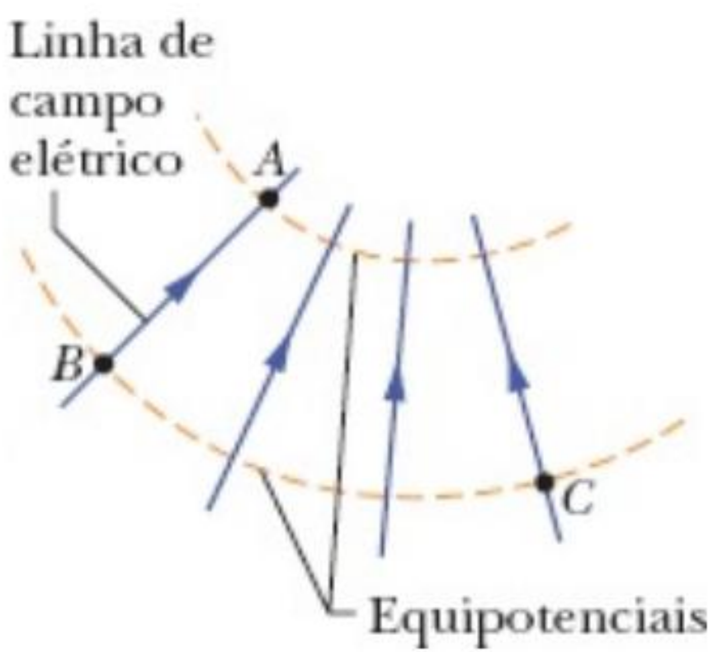
$$\boxed{\Delta V = -E\,\Delta x}$$

- A demonstração é feita a partir da definição integral, simplificando-a.



Exemplos

·6 Na Fig. 24-34, quando um elétron se desloca de A para B ao longo de uma linha de campo elétrico, o campo elétrico realiza um trabalho de $3{,}94 \times 10^{-19}$ J. Qual é a diferença de potencial elétrico (a) $V_B - V_A$, (b) $V_C - V_A$ e (c) $V_C - V_B$?



Exemplos

·4 Duas placas paralelas condutoras, de grande extensão, estão separadas por uma distância de 12 cm e possuem densidades superficiais de cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos nas faces internas. Uma força eletrostática de $3{,}9 \times 10^{-15}$ N age sobre um elétron colocado na região entre as duas placas. (Despreze o efeito de borda.) (a) Determine o campo elétrico na posição do elétron. (b) Determine a diferença de potencial entre as placas.

·5 Uma placa infinita isolante possui uma densidade superficial de carga $\sigma = 0{,}10\ \mu\text{C/m}^2$ em uma das faces. Qual é a distância entre duas superfícies equipotenciais cujos potenciais diferem de 50 V?

24-3

Potencial Produzido por uma Partícula Carregada

Potencial Produzido por uma Partícula Carregada

- O potencial "carrega" a mesma informação que o campo elétrico, mas de forma mais simples.

- Então, uma partícula carregada, como vimos, gera um campo elétrico, ...

- ... logo, ela deve gerar um campo potencial, ou seja, deve ter um potencial associado que possa transmitir essa informação, essa interação elétrica.

- Podemos determinar a partir da definição integral que demos de potencial, o que conduz a:

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$

O Sinal do Potencial

- Tendo em vista a expressão anterior, temos o seguinte:

Uma partícula de carga positiva produz um potencial elétrico positivo; uma partícula de carga negativa produz um potencial elétrico negativo.

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r}}$$

Potencial Produzido por Várias Cargas

- O Princípio da Superposição pode ser estendido do campo elétrico ao potencial, de forma que, com n cargas pontuais q_1, q_2, ..., q_n situadas, respectivamente, a distâncias r_1, r_2, ..., r_n do ponto P onde se mede esse potencial, ...

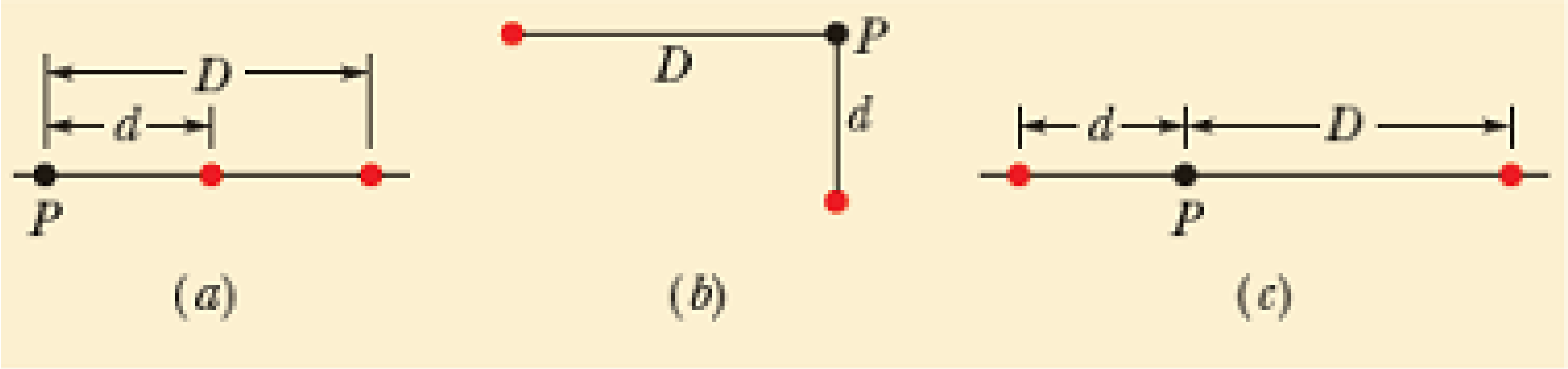
- ... temos que o potencial total será o somatório dos potenciais individuais, ou seja:

$$\boxed{V = \sum_{i=1}^{n} V_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i} \quad (n \text{ partículas carregadas})}$$

Exemplo

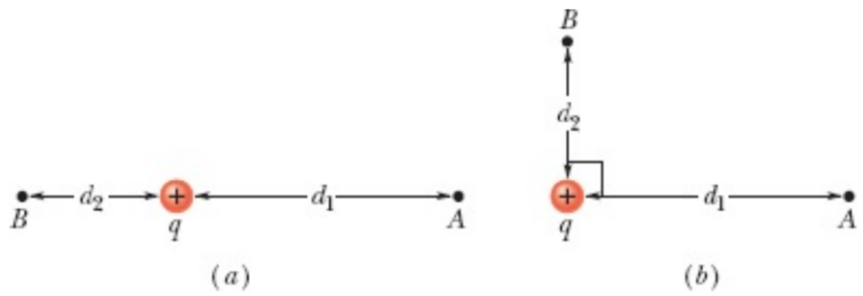
Teste 3

A figura mostra três arranjos de dois prótons. Coloque os arranjos na ordem do potencial elétrico produzido pelos prótons no ponto P, começando pelo maior.



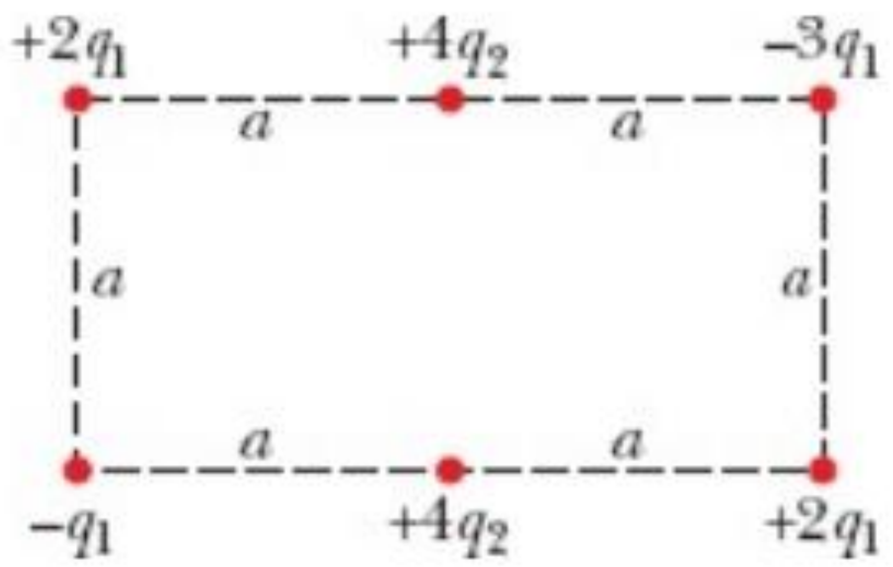
Exemplos

·14 Considere uma partícula com carga $q = 1{,}0\ \mu C$, o ponto A a uma distância $d_1 = 2{,}0$ m da partícula e o ponto B a uma distância $d_2 = 1{,}0$ m da partícula. (a) Se A e B estão diametralmente opostos, como na Fig. 24-36*a*, qual é a diferença de potencial elétrico $V_A - V_B$? (b) Qual é a diferença de potencial elétrico se A e B estão localizados como na Fig. 24-36*b*?



Exemplos

··**16** A Fig. 24-37 mostra um arranjo retangular de partículas carregadas mantidas fixas no lugar, com a = 39,0 cm e as cargas indicadas como múltiplos inteiros de q_1 = 3,40 pC e q_2 = 6,00 pC. Com V = 0 no infinito, qual é o potencial elétrico no centro do retângulo? (*Sugestão*: Examinando o problema com atenção, é possível reduzir consideravelmente os cálculos.)



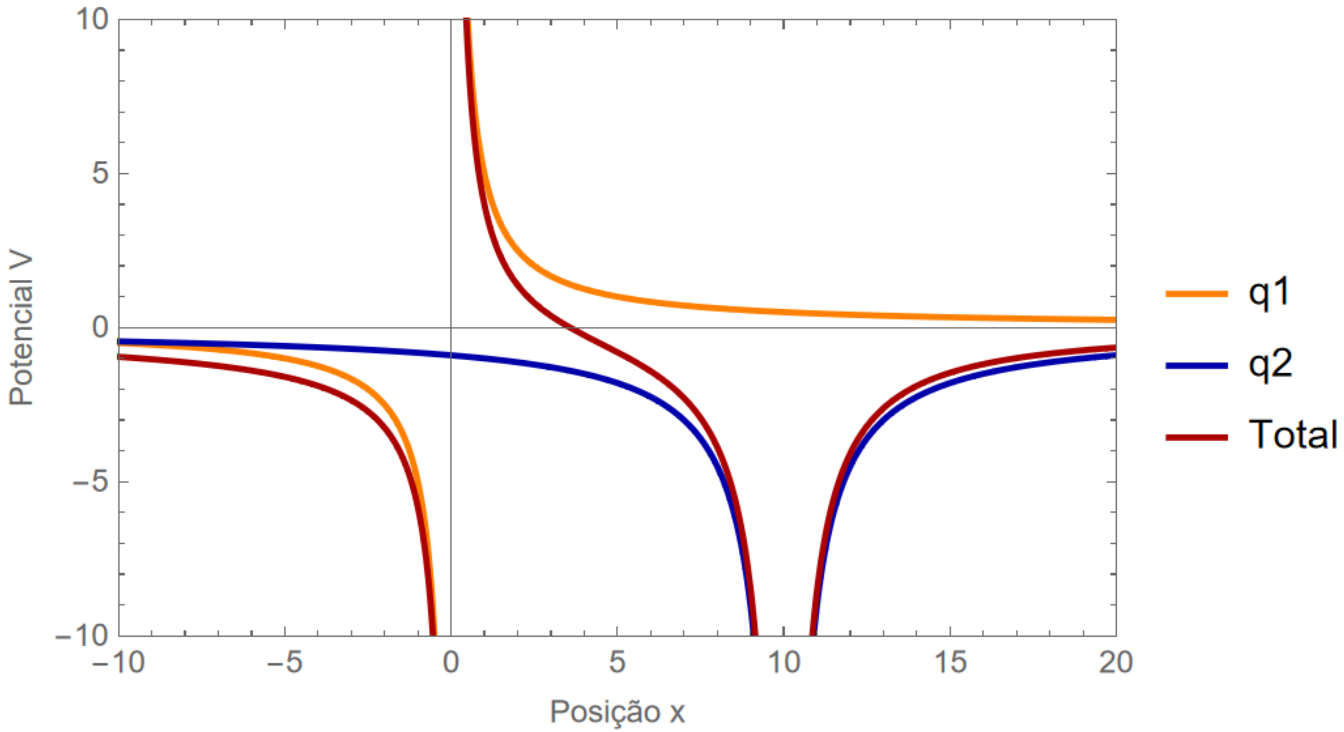
Exemplos

·12 Quando um ônibus espacial atravessa a ionosfera da Terra, formada por gases rarefeitos e ionizados, o potencial da nave varia de aproximadamente $-1{,}0$ V a cada revolução. Supondo que o ônibus espacial é uma esfera com 10 m de raio, estime a carga elétrica recolhida a cada revolução.

·13 Determine (a) a carga e (b) a densidade superficial de cargas de uma esfera condutora de 0,15 m de raio cujo potencial é 200 V (considerando $V = 0$ no infinito).

Exemplo

- Duas partículas, de cargas $q_1 = +5q$ e $q_2 = -9q$ (sendo q um valor de carga positivo), estão separadas por uma distância d. Determine em que ponto entre as duas partículas o potencial é nulo, mostrando que essa posição está a 5/14 da primeira carga. O gráfico abaixo ilustra os potenciais gerados pelas cargas individuais e o potencial total. Veja que a curva vermelha toca o eixo em $x = (5/14)d$.



Exercícios

··19 Na Fig. 24-40, partículas de cargas $q_1 = +5e$ e $q_2 = -15e$ são mantidas fixas no lugar, separadas por uma distância $d = 24{,}0$ cm. Considerando $V = 0$ no infinito, determine o valor de x (a) positivo e (b) negativo para o qual o potencial elétrico do eixo x é zero.

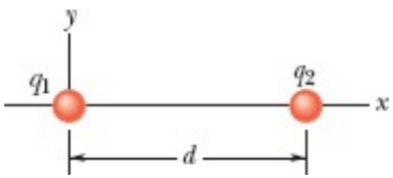


Figura 24-40 Problemas 19 e 20.

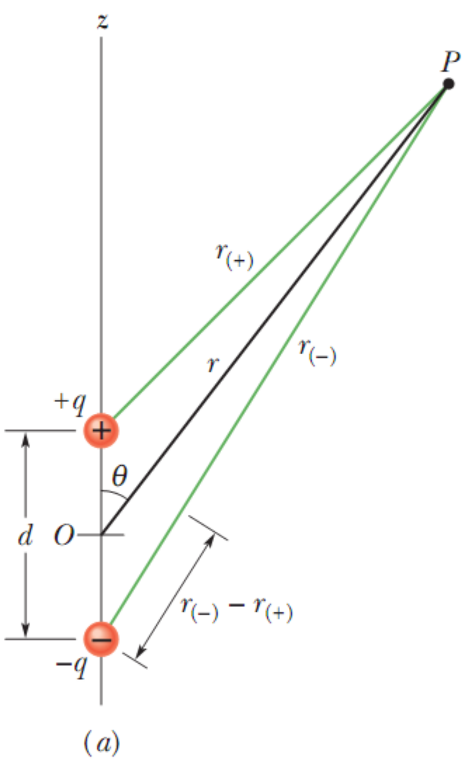
··20 Na Fig. 24-40, duas partículas, de cargas q_1 e q_2, estão separadas por uma distância d. O campo elétrico produzido em conjunto pelas duas partículas é zero em $x = d/4$. Com $V = 0$ no infinito, determine, em termos de d, o(s) ponto(s) do eixo x (além do infinito) em que o potencial elétrico é zero.

24-4

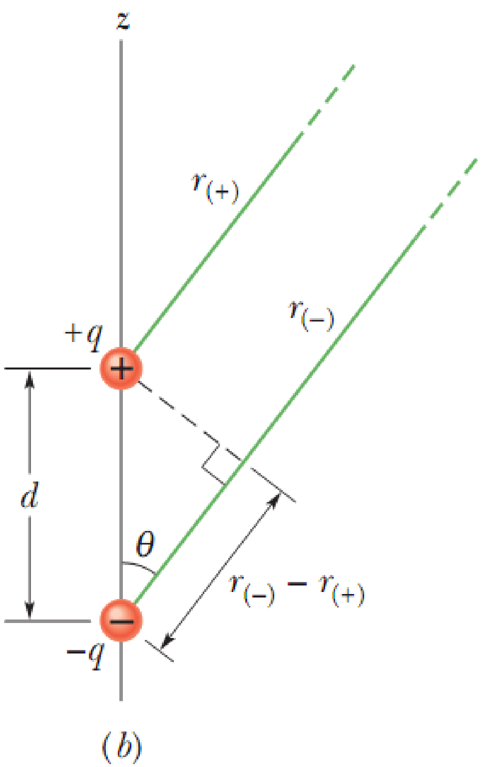
Potencial Produzido por um Dipolo Elétrico

Potencial Produzido por um Dipolo

- Na situação da figura abaixo, podemos determinar o campo gerado por um dipolo, calculado no ponto P.



Esquema do dipolo.



Para um ponto distante,
$r_{(+)}$ e $r_{(-)}$ são $\simeq$ paralelos

Potencial Produzido por um Dipolo

- Aplicando a superposição, o potencial em P vale:

$$V = \sum_{i=1}^{2} V_i = V_{(+)} + V_{(-)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r_{(+)}} + \frac{-q}{r_{(-)}}\right)$$

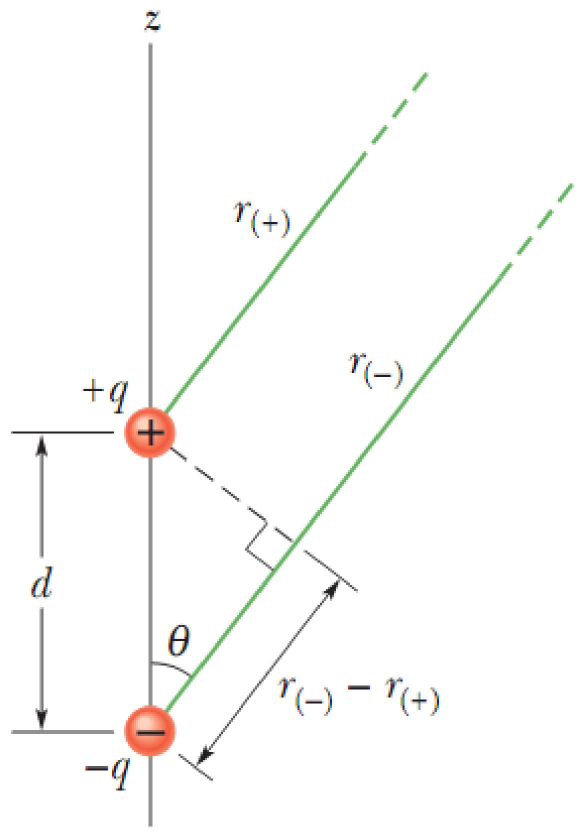
$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{r_{(-)} - r_{(+)}}{r_{(-)}r_{(+)}}$$

- Utilizando as aproximações abaixo,

$$r_{(-)} - r_{(+)} \approx d\cos\theta \quad \text{e} \quad r_{(-)}r_{(+)} \approx r^2$$

- determinamos finalmente o potencial do dipolo:

$$\boxed{V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{p\cos\theta}{r^2} \qquad \text{(dipolo elétrico)}}$$



(b)

Exemplos

·21 A molécula de amoníaco (NH_3) possui um dipolo elétrico permanente de 1,47 D, em que 1 D = 1 debye = $3{,}34 \times 10^{-30}$ C · m. Calcule o potencial elétrico produzido por uma molécula de amoníaco em um ponto do eixo do dipolo a uma distância de 52,0 nm. (Considere $V = 0$ no infinito.)

··22 Na Fig. 24-41*a*, uma partícula de carga $+e$ está inicialmente no ponto $z = 20$ nm do eixo de um dipolo elétrico, do lado positivo do dipolo. (A origem do eixo z é o centro do dipolo.) A partícula é deslocada em uma trajetória circular em torno do centro do dipolo até a coordenada $z = -20$ nm. A Fig. 24-41*b* mostra o trabalho W_a realizado pela força responsável pelo deslocamento da partícula em função do ângulo θ, o qual define a localização da partícula. A escala do eixo vertical é definida por $W_{as} = 4{,}0 \times 10^{-30}$ J. Qual é o módulo do momento dipolar?

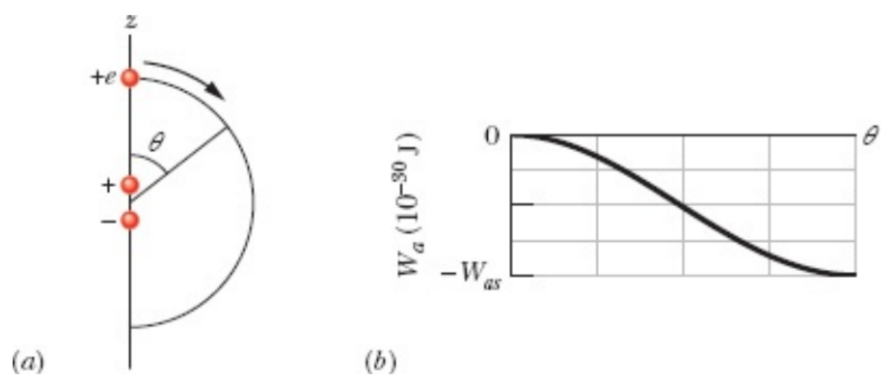


Figura 24-41 Problema 22.

24-5

Potencial Produzido por uma Distribuição Contínua de Carga

Potencial Gerado por uma Distribuição Contínua de Carga

- De forma análoga ao que fizemos para o campo elétrico, podemos considerar que uma região do espaço $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ onde está situada uma distribuição de carga, de modo que ...

- ... esta região pode ser subdividida em pequenos pedaços, cada um com uma carga dq.

- Cada elemento de carga dq gera um potencial dV em um ponto P situado a uma distância r de dq. Este potencial é ≈ o de uma carga pontual:

$$dV = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{r} \ .$$

Potencial Gerado por uma Distribuição Contínua de Carga

- Integrando, temos o potencial total no ponto P:

$$V = \int_{\Omega} \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{dq}{r} \,.$$

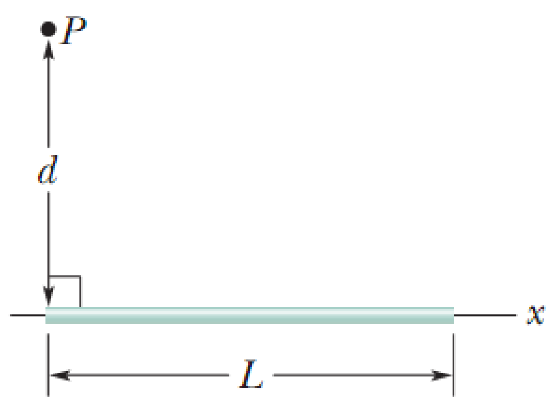
- Como vimos, o cálculo efetivo dessa integral irá depender da dimensão (1, 2 ou 3) e da maneira como as cargas estão distribuídas. Assim:

Dimensão	Densidade	Elemento de Linha
1	$\lambda = dq/dl$	$dq = \lambda\, dl$
2	$\sigma = dq/dA$	$dq = \sigma\, dA$
3	$\rho = dq/dV$	$dq = \rho\, dV$

Exemplo 1: Linha de Cargas

- O potencial em um ponto P acima de uma barra de comprimento L, a uma altura d, de densidade linear λ pode ser determinado pelo método anterior, e o resultado é:

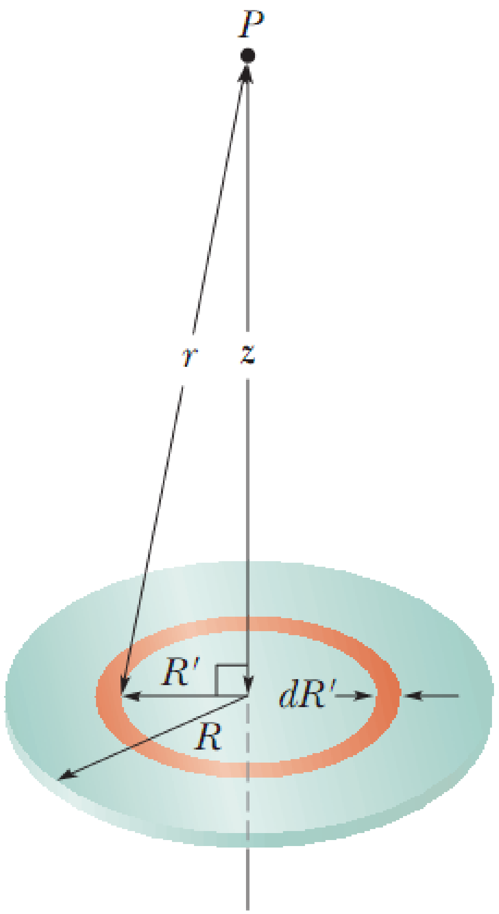
$$\boxed{V = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0} \ln\left[\frac{L + (L^2 + d^2)^{1/2}}{d}\right]}$$



Exemplo 2: Disco Carregado

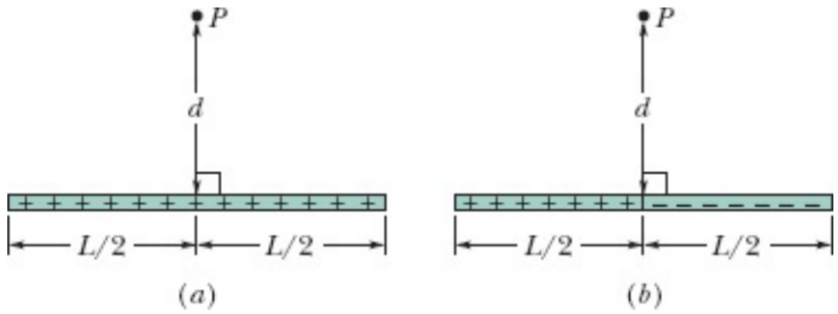
- Neste exemplo, temos um disco carregado de densidade superficial σ, raio R e calculamos o potencial em um ponto P situado a uma altura z acima do centro do disco. Aplicando o formalismo descrito, encontramos:

$$\boxed{V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2 + R^2} - z\right) \; .}$$



Exemplo

·23 (a) A Fig. 24-42*a* mostra uma barra isolante, de comprimento $L = 6{,}00$ cm e densidade linear de carga positiva uniforme $\lambda = +3{,}68$ pC/m. Considere $V = 0$ no infinito. Qual é o valor de V no ponto P situado a uma distância $d = 8{,}00$ cm acima do ponto médio da barra? (b) A Fig. 24-42*b* mostra uma barra igual à do item (a), exceto pelo fato de que a metade da direita está carregada negativamente; o valor absoluto da densidade linear de carga continua sendo 3,68 pC/m em toda a barra. Com $V = 0$ no infinito, qual é o valor de V no ponto P?



24-6

Cálculo do Campo Elétrico a Partir do Potencial

Cálculo do Campo $\vec{E}$ a Partir do Potencial V

- Através do cálculo vetorial, podemos inverter a definição de potencial a partir do campo elétrico.

- O resultado é o seguinte:

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{\partial V}{\partial x}\hat{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\hat{\jmath} - \frac{\partial V}{\partial z}\hat{k}\ .}$$

- Essa quantidade (a menos do sinal) é chamada de **gradiente** do potencial, representado por ∇V, então podemos resumir essa ideia simbolicamente como:

$$\boxed{\vec{E} = -\nabla V\ .}$$

Exemplos

·34 Duas placas metálicas paralelas, de grande extensão, são mantidas a uma distância de 1,5 cm e possuem cargas de mesmo valor absoluto e sinais opostos nas superfícies internas. Considere o potencial da placa negativa como zero. Se o potencial a meio caminho entre as placas é +5,0 V, qual é o campo elétrico na região entre as placas?

·35 O potencial elétrico no plano *xy* é dado por $V = (2{,}0\ \mathrm{V/m^2})x^2 - (3{,}0\ \mathrm{V/m^2})y^2$. Qual é o campo elétrico no ponto (3,0 m; 2,0 m) na notação dos vetores unitários?

·36 O potencial elétrico V no espaço entre duas placas paralelas, 1 e 2, é dado (em volts) por $V = 1500x^2$, em que x (em metros) é a distância da placa 1. Para x = 1,3 cm, (a) determine o módulo do campo elétrico. (b) O campo elétrico aponta para a placa 1 ou no sentido oposto?