



Física Elementar Conceitual

Capítulo 1

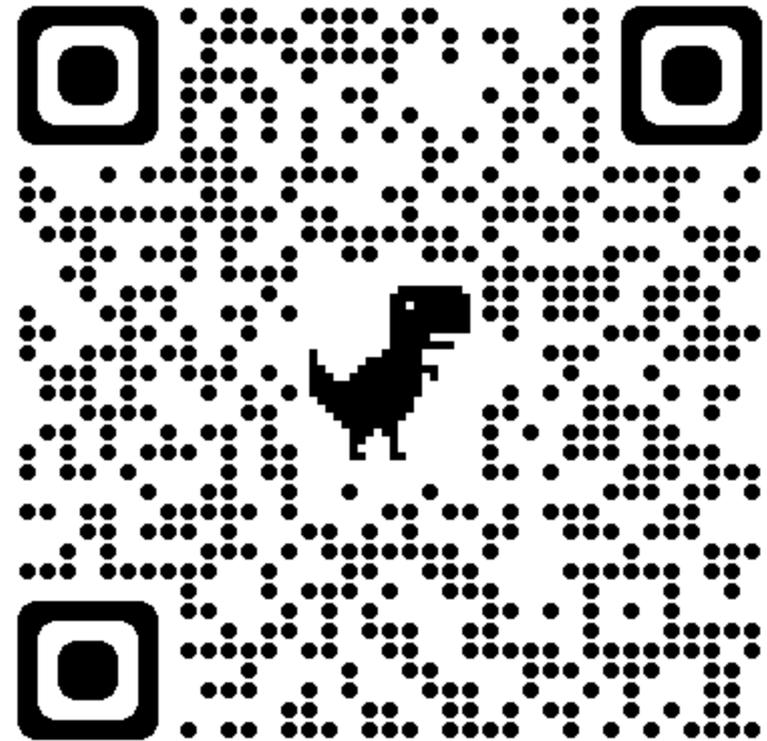
Cinemática

Prof. Isaac Torres

<https://itsufpa.wixsite.com/prof-isaac-torres>

Apresentação do Curso

- Vamos ter uma visão geral da Física, explorando algumas de suas áreas principais.
- Utilizaremos para as avaliações e conteúdo apenas a matemática do Ensino Básico (Fundamental e Médio).
- O Plano de curso com o conteúdo está disponível no sítio abaixo:
- <https://itsufpa.wixsite.com/prof-isaac-torres/fisicaconceitual>





Seção 1.1

Introdução à Física

O que é a Física?

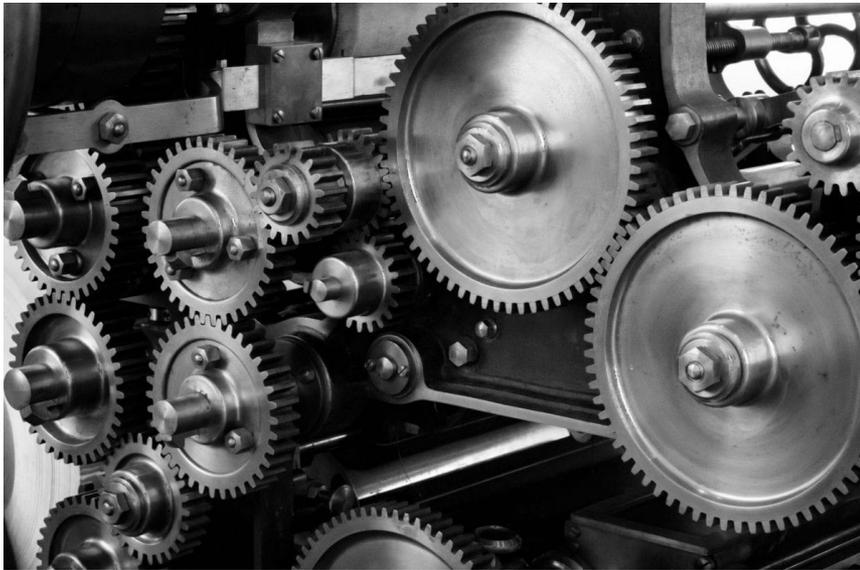
A Física é uma ciência da Natureza, que estuda processos e sistemas e tenta descrevê-los e explicá-los através de hipóteses e teorias que possam ser testadas experimentalmente.

Para cada tipo de fenômeno, uma área da Física

- A física estuda os fenômenos abaixo, principalmente, sempre de forma teórica e experimental/observacional:
 1. O movimento
 2. As Interações Fundamentais
 3. Estudo dos Materiais
 4. Oscilações e Ondas
 5. Comportamento de sistemas de partículas
 6. A Luz
 7. Estrutura da Matéria

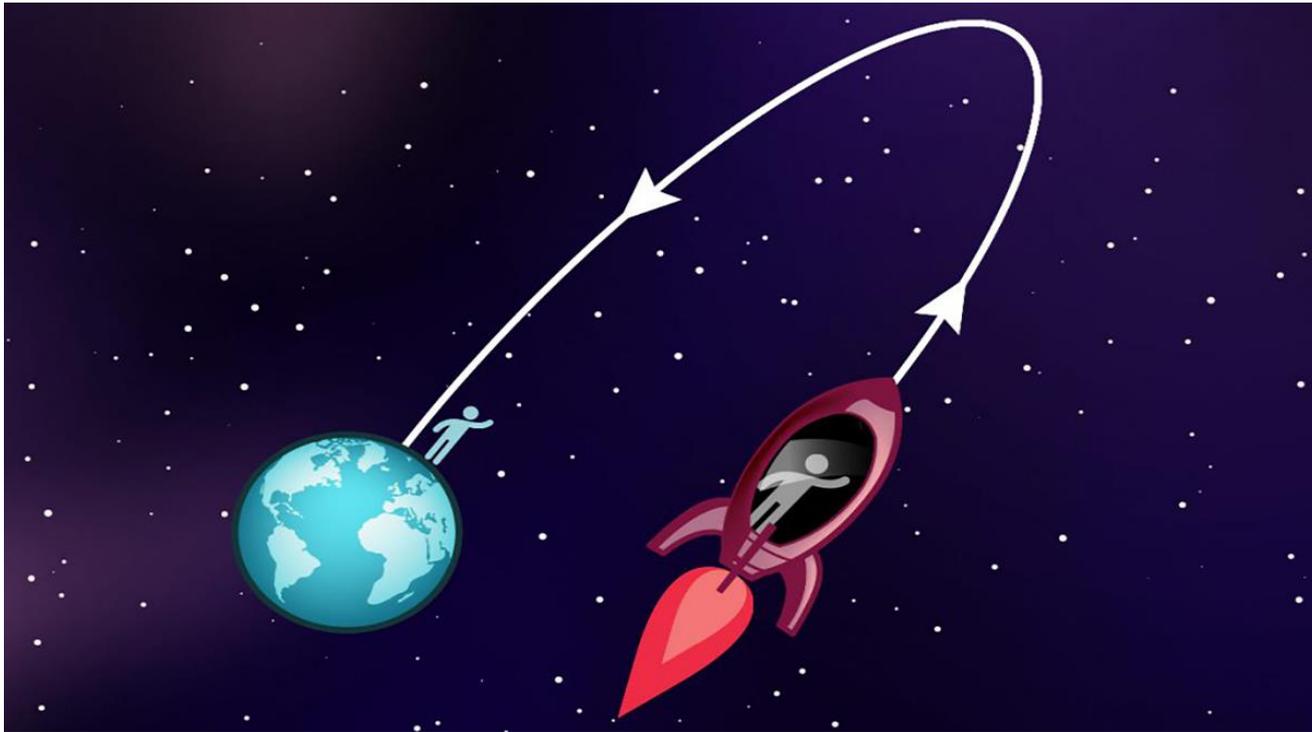
1. O Movimento

- O movimento é estudado pela **Mecânica**.



1. O Movimento

- Movimentos próximos à velocidade da luz são estudados pela relatividade especial.



- Ilustração de um efeito da relatividade chamado dilatação do tempo, através do experimento mental chamado “paradoxo dos gêmeos.”

2. As Interações Fundamentais

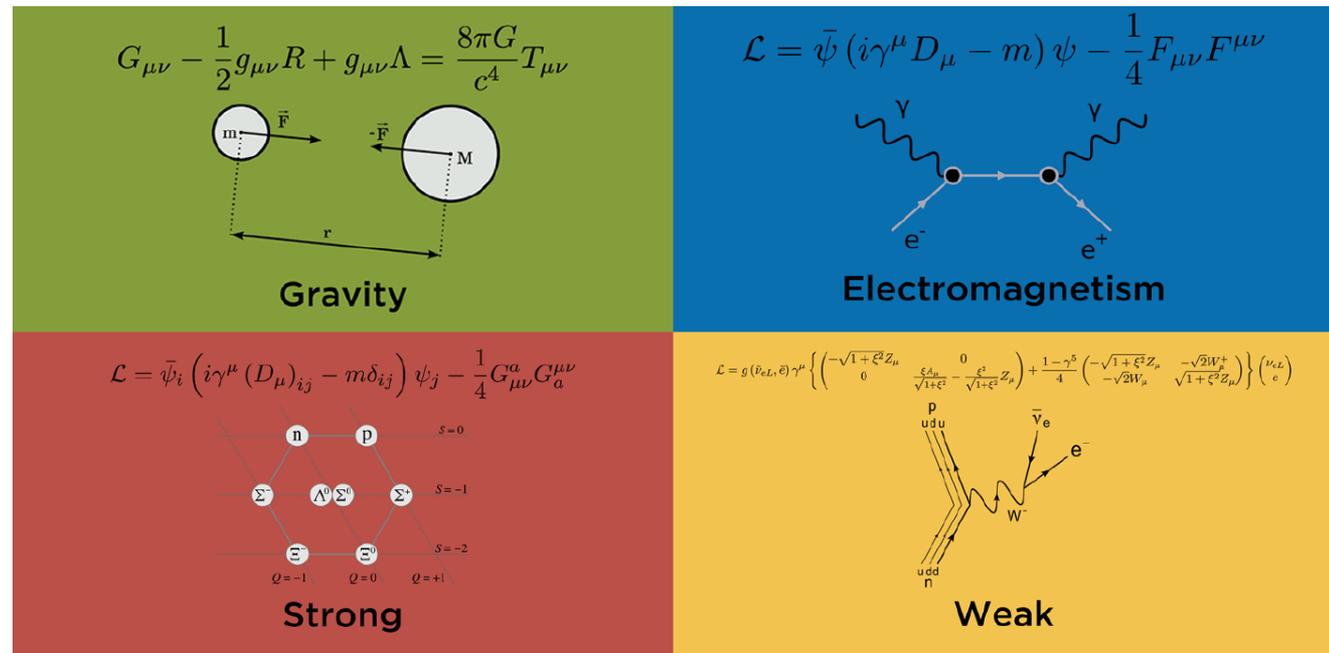
- As quatro interações fundamentais da Natureza atuam sem precisar de contato, são forças de ação à distância. São elas:

1. Gravitacional

2. Eletromagnética

3. Nuclear Forte

4. Nuclear Fraca

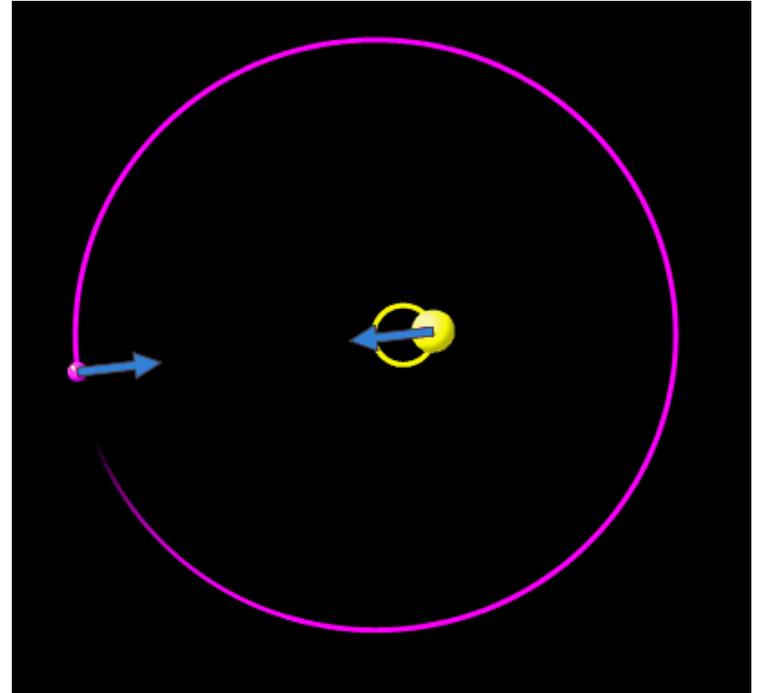


Esquema representando as quatro interações fundamentais e suas expressões matemáticas em termos do formalismo Lagrangeano.

Fonte: <https://briankoberlein.com/blog/four-horsemen/>

Interação Gravitacional

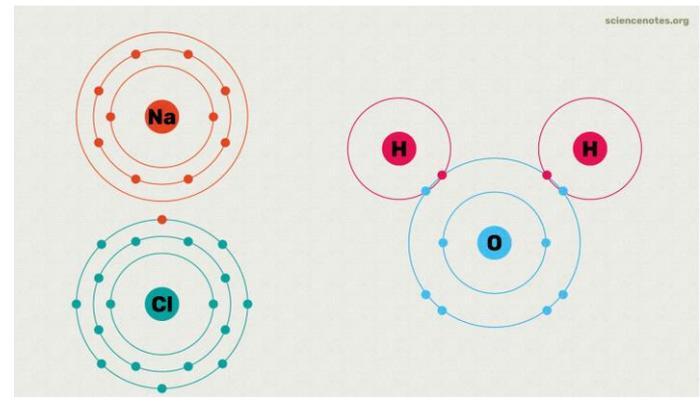
- É a interação responsável pela coesão da matéria que forma os corpos celestes: planetas, estrelas, galáxias etc.
- A força gravitacional sempre existe em pares:
- Quando dois corpos interagem gravitacionalmente, um atua sobre o outro com um par de forças na direção que une as duas, no sentido de uma para a outra, pois é uma força atrativa.



Interação Eletromagnética



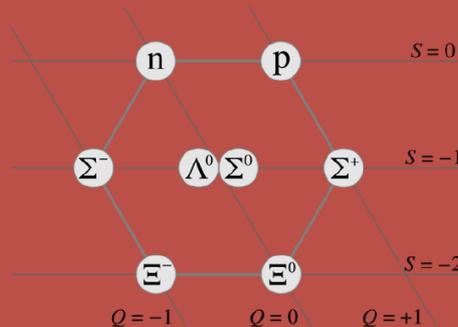
- A força elétrica e a força magnética formam uma interação fundamental da natureza chamada eletromagnética.
- Ela é a responsável pela coesão dos átomos e moléculas, pelas reações químicas, pela emissão de luz, pela condução de eletricidade e pelos fenômenos magnéticos.



Interação Nuclear Forte

- É a responsável pela coesão dos núcleos atômicos, mantendo os prótons e nêutrons unidos.

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_i \left(i\gamma^\mu (D_\mu)_{ij} - m\delta_{ij} \right) \psi_j - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$$

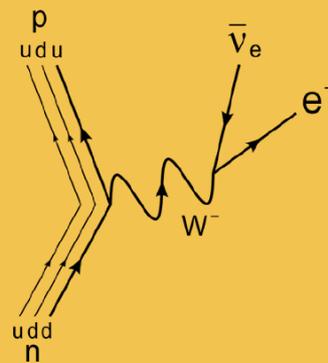


Strong

Interação Nuclear Fraca

- A interação fraca é a responsável pelo decaimento beta do nêutron.

$$\mathcal{L} = g(\bar{\nu}_{eL}, \bar{e})\gamma^\mu \left\{ \begin{pmatrix} -\sqrt{1+\xi^2}Z_\mu & 0 \\ 0 & \frac{\xi A_\mu}{\sqrt{1+\xi^2}} - \frac{\xi^2}{\sqrt{1+\xi^2}}Z_\mu \end{pmatrix} + \frac{1-\gamma^5}{4} \begin{pmatrix} -\sqrt{1+\xi^2}Z_\mu & -\sqrt{2}W_\mu^+ \\ -\sqrt{2}W_\mu^- & \sqrt{1+\xi^2}Z_\mu \end{pmatrix} \right\} \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e \end{pmatrix}$$



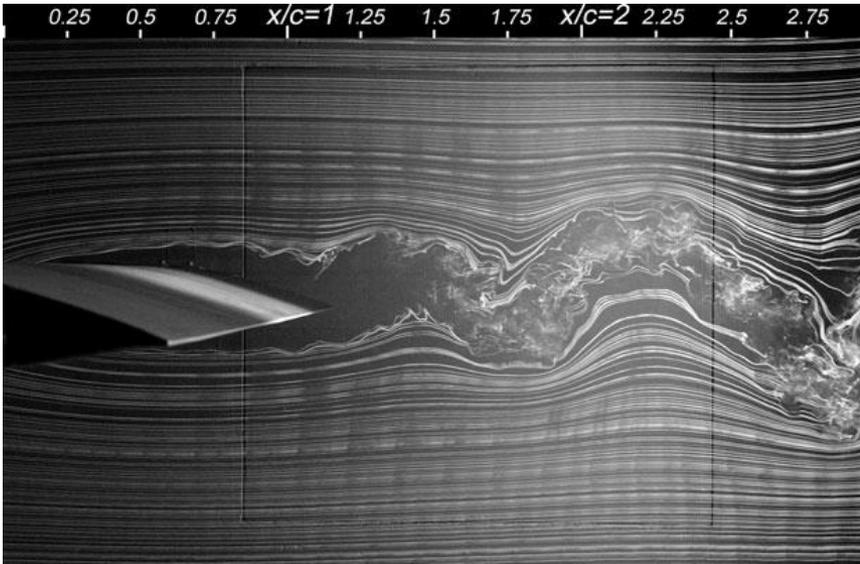
Weak

3. Estudo dos Materiais

- A Física se preocupa com o estudo dos materiais e suas propriedades.
- A divisão mais básica é entre sólidos e fluidos: fluido é tudo que pode escoar (ou seja, fluir) e os demais são os sólidos.
- Existe a *estática e a dinâmica dos fluidos* ...
- ... e a *Física do estado sólido*, para dar conta dos diferentes materiais.

Estudo dos Fluidos: Líquidos e Gases

- Líquidos e Gases possuem muitas propriedades em comum, ligadas ao fato de que ambos escoam.



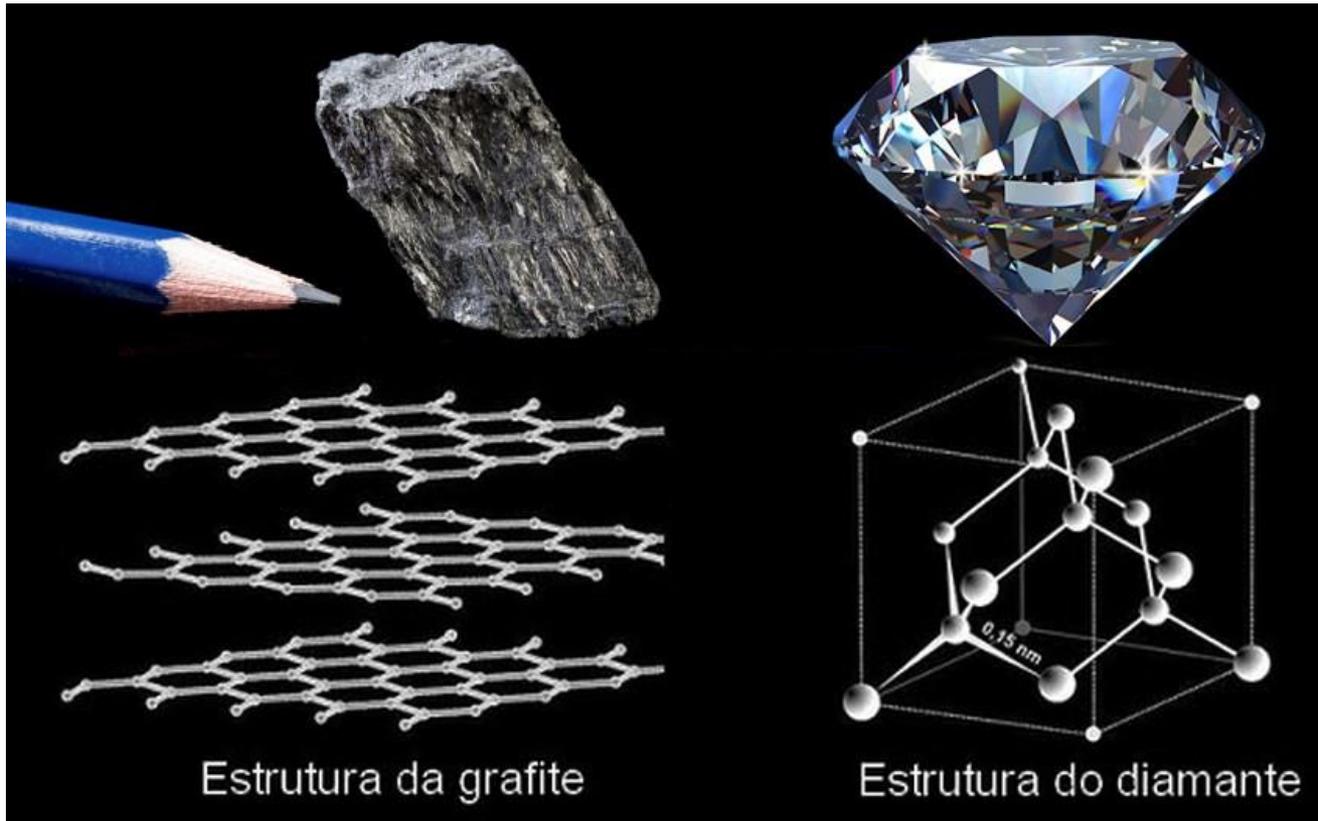
Fumaça escoando, ou seja, um gás



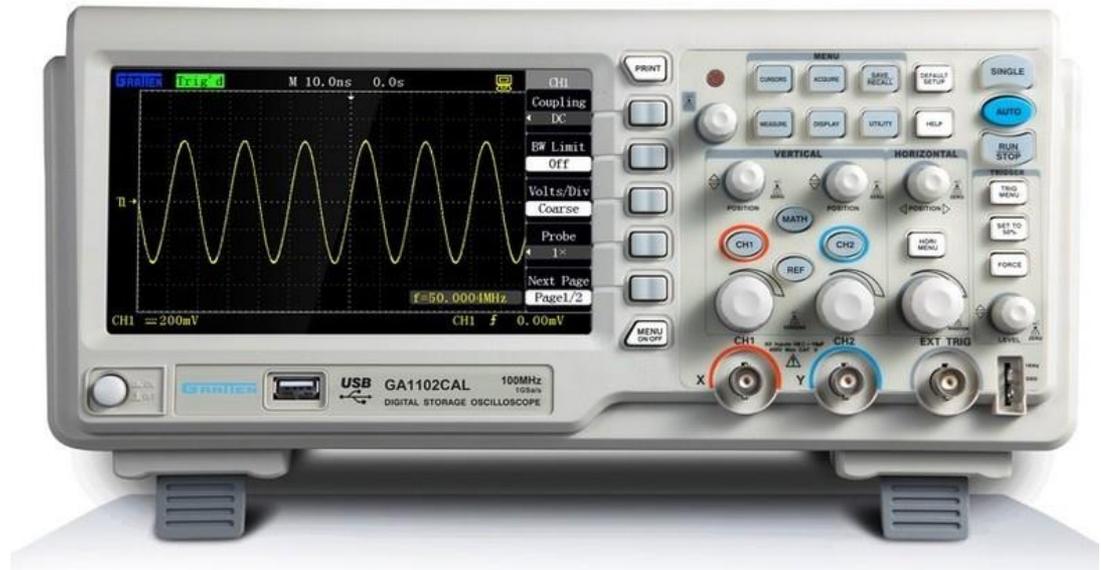
Água escoando, ou seja, um líquido

A Física do Estado Sólido

- O estado sólido apresenta, em geral, uma estrutura regular, organizada, formada por padrões que se repetem, o que causa sua rigidez.



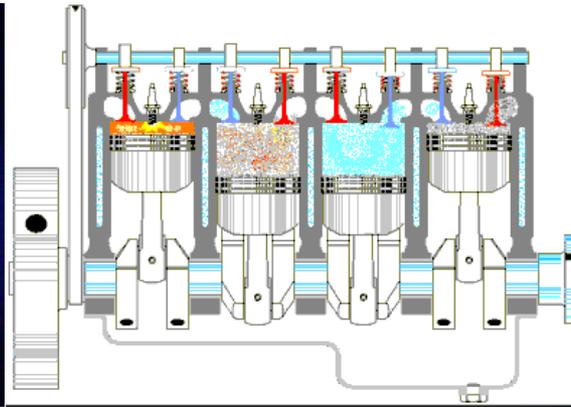
4. Oscilações e Ondas



- Uma oscilação é um movimento periódico, que se repete. Uma onda é uma oscilação que se propaga. Oscilações e ondas não são objetos, são fenômenos.

5. Comportamento de sistemas de partículas

- Quando duas ou mais partículas se reúnem, temos um sistema de partículas.
- O gás dentro de uma lâmpada de neon, ou de um motor a combustão, ou a atmosfera, ou a água de um lago, são sistemas formados por um número extremamente grande de partículas.



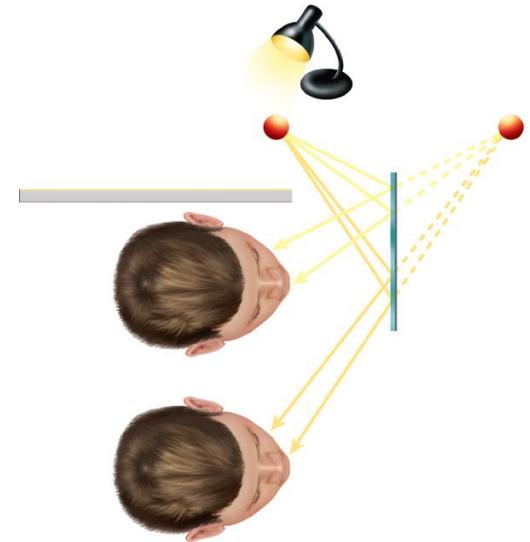
5. Comportamento de sistemas de partículas

- Tais sistemas são compreendidos usando uma análise estatística, chamada *mecânica estatística*.
- Isso conduz a propriedades como calor, temperatura, volume, pressão, entropia etc. Esses conceitos são estudados pela *termodinâmica*.



6. A luz

- A luz pode ser estudada em vários níveis de profundidade, dependendo do fenômeno que se queira descrever:
 - ❑ Ótica geométrica (a mais antiga e mais simples)
 - ❑ Ótica física, que considera a luz como uma onda eletromagnética (~ fim do séc. XIX, início do séc. XX)
 - ❑ Ótica quântica (séc. XX e XXI), que considera a luz como uma partícula quântica.



7. Estrutura da Matéria

- A Física também se preocupa em explicar e descrever como funcionam os constituintes básicos da matéria, como átomos, moléculas e partículas ainda menores.
- A área da física responsável por esse estudo é a **mecânica quântica**.
- Esta teoria surgiu em 1900 e continua a ser estudada e expandida até hoje.
- Ao lado, o “gato de Schrödinger.”

$$\Psi(x,t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} = -k^2 \Psi, \quad -\hbar^2/2m \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\right) = E \Psi$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i\omega \Psi \quad i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = E \Psi$$

$$E = p^2/2m + V(x) \quad E \Psi = p^2 \Psi/2m + V(x) \Psi$$

$$V(x) \Psi, \quad \hbar^2/2m \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\right) + V(x) \Psi = i\hbar \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right), \quad \Psi(x,t) = A e^{i(kx - \omega t)}$$

$$\Psi(x,t) = \Psi(x) e^{-i(Et/\hbar)} = \hbar^2/2m \left(\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2}\right) + V(x) \Psi(x) = E \Psi(x)$$

$$\hbar^2/2m \left(\frac{\partial^2 \Psi(x)}{\partial x^2}\right) + (E - V(x)) \Psi(x) = 0$$

$$\Psi(\vec{r}, t + \epsilon) = \int d^3 r_0 \phi(\vec{r}, t + \epsilon | \vec{r}_0, t) \Psi(\vec{r}_0, t)$$

$$\phi(\vec{r}, t + \epsilon | \vec{r}_0, t) = (m/2\pi i \hbar \epsilon)^{3/2} \exp\left\{i/\hbar \left(\frac{m}{2} (\vec{r} - \vec{r}_0)^2 / \epsilon - \epsilon U(\vec{r}, t) \right)\right\}$$

$$\Psi(\vec{r}, t + \epsilon) = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 \int_{-\infty}^{\infty} dx_3 (m/2\pi i \hbar \epsilon)^{3/2} \exp\left\{i/\hbar \left(\frac{m}{2} (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2) / \epsilon - \epsilon U(\vec{r}, t) \right)\right\} \Psi(\vec{r}, t)$$

$$\Psi(\vec{r}, t + \epsilon) = \Psi(\vec{r}, t) + \frac{\epsilon}{i\hbar} \sum_{j=1}^3 x_j \frac{\partial}{\partial x_j} \Psi(\vec{r}, t) + 1/2 \sum_{j,k=1}^3 x_j x_k \frac{\partial^2}{\partial x_j \partial x_k} \Psi(\vec{r}, t) + 1/2 \sum_{j=1}^3 x_j^2 \frac{\partial^2}{\partial x_j^2} \Psi(\vec{r}, t) + 1/4 \sum_{j,k=1}^3 x_j^2 x_k^2 \frac{\partial^4}{\partial x_j^2 \partial x_k^2} \Psi(\vec{r}, t)$$

$$I_n(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \partial x \exp(i a x^2) = \sqrt{\pi/a}, \quad I_{n+1}(a) = 1/i \left(\frac{\partial}{\partial a} I_n(a)\right), \quad I_1(a) = \sqrt{\pi/a}$$

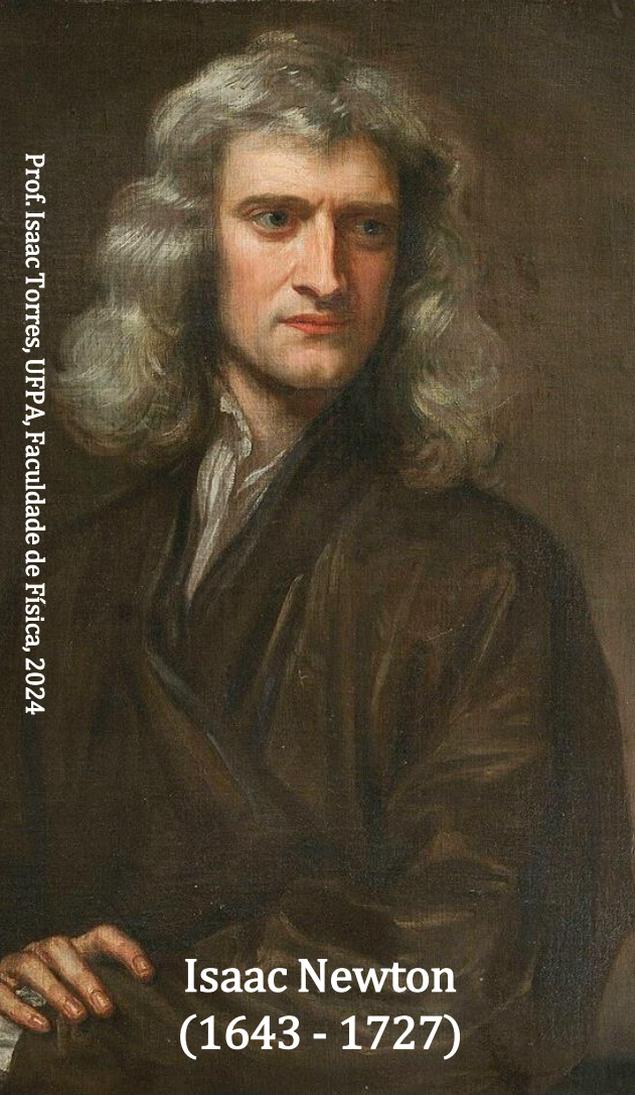
$$I_2(a) = -3/4 a \sqrt{\pi/a}, \quad 1/a = 2\epsilon \hbar/m = O(\epsilon), \quad O(\epsilon^{1/2})$$

$$(m/2\pi i \hbar \epsilon)^{3/2} (i\pi/a)^{3/2} = 1, \quad \Psi(\vec{r}, t + \epsilon) = \exp\left\{i/\hbar \left(\frac{m}{2} (\vec{r} - \vec{r}_0)^2 / \epsilon - \epsilon U(\vec{r}, t) \right)\right\} \Psi(\vec{r}_0, t)$$

$$\Psi(\vec{r}, t + \epsilon) = \Psi(\vec{r}, t) + \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\vec{r}, t) + O(\epsilon^2)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -i \frac{E}{\hbar} \Psi = -i \frac{p^2/2m + V(x)}{\hbar} \Psi = -i \frac{\hbar^2/2m \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\right) + V(x) \Psi}{\hbar} = -i \frac{\hbar^2/2m \left(\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2}\right) + V(x) \Psi}{\hbar}$$

$$i\hbar \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right) = \hat{H} \Psi$$



Isaac Newton
(1643 - 1727)



Galileu Galilei
(1564 - 1642)



Christiaan Huygens
(1629 - 1695)

Vamos iniciar nosso estudo pela Mecânica. Acima, alguns de seus fundadores.

A Mecânica

A Cinemática

- **Cinemática:** *Descrição dos movimentos: posição, velocidade e aceleração (tópicos 1 a 4).*

O Velocímetro dos carros apresenta uma informação cinemática a respeito do movimento: o módulo da velocidade.



A Dinâmica

- **Dinâmica:** *Estudo das forças, que são as causas das mudanças de movimento (cap. 3).*

Imagem do livro "Curso de Física Básica" v.1., cap. 5, de H.M. Nussenzveig, uma das referências da disciplina, ilustrando uma situação dinâmica, na qual forças produzem uma aceleração.

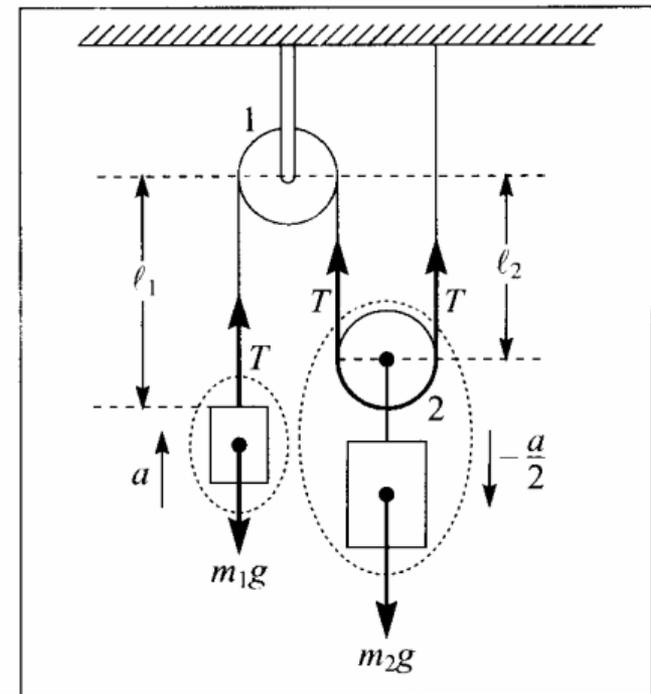
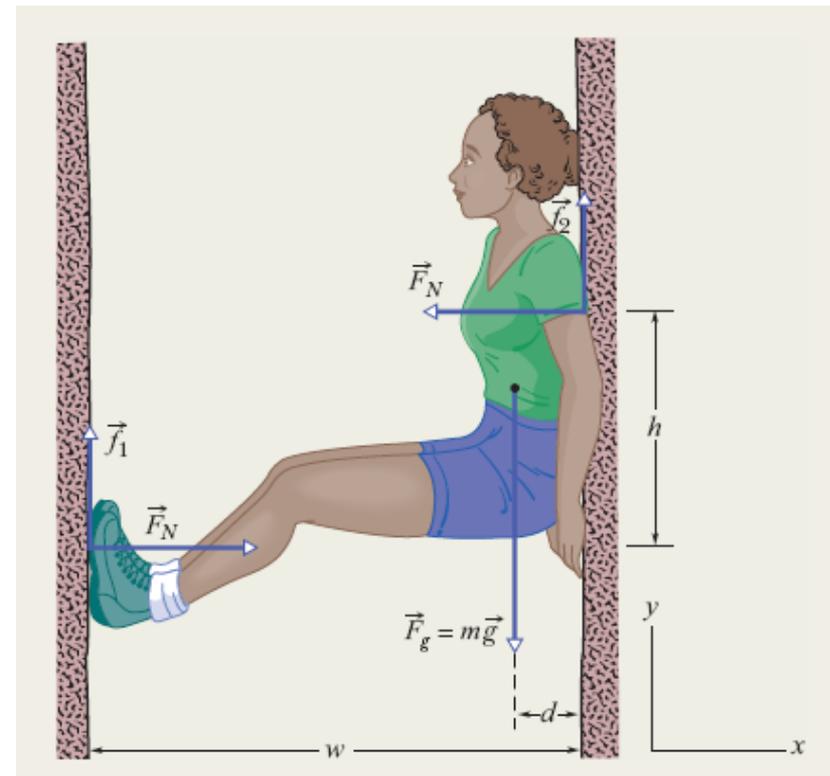


Figura 5.14 Sistema de polias.

A Estática

- **Estática:** *Estudo das condições de equilíbrio de forças e torques (tópicos 5 a 12)*

Imagem do livro "Fundamentos de Física", v.2, de Halliday, Resnick e Walker, ilustrando uma situação de equilíbrio, onde várias forças agem mas se anulam.





Seção 1.2

**Referencial, Posição,
Deslocamento, Espaço
Percorrido**

Justificativa de Iniciar em Uma Dimensão

- Na Física do Ensino Médio, o foco é o espaço percorrido ΔS
- Uma descrição física do movimento não pode começar por aí.
- Deve começar com a posição e o deslocamento.

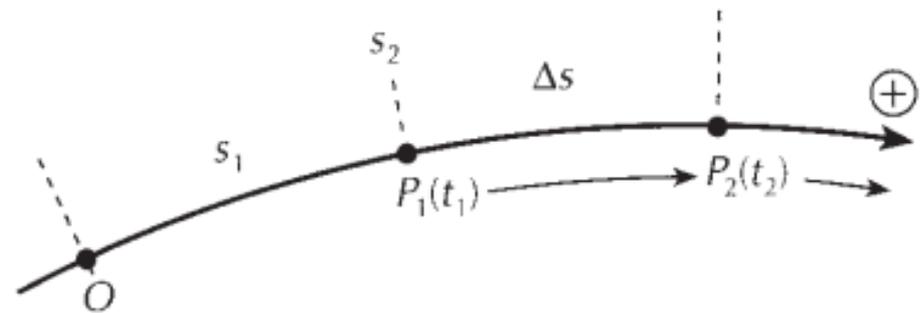
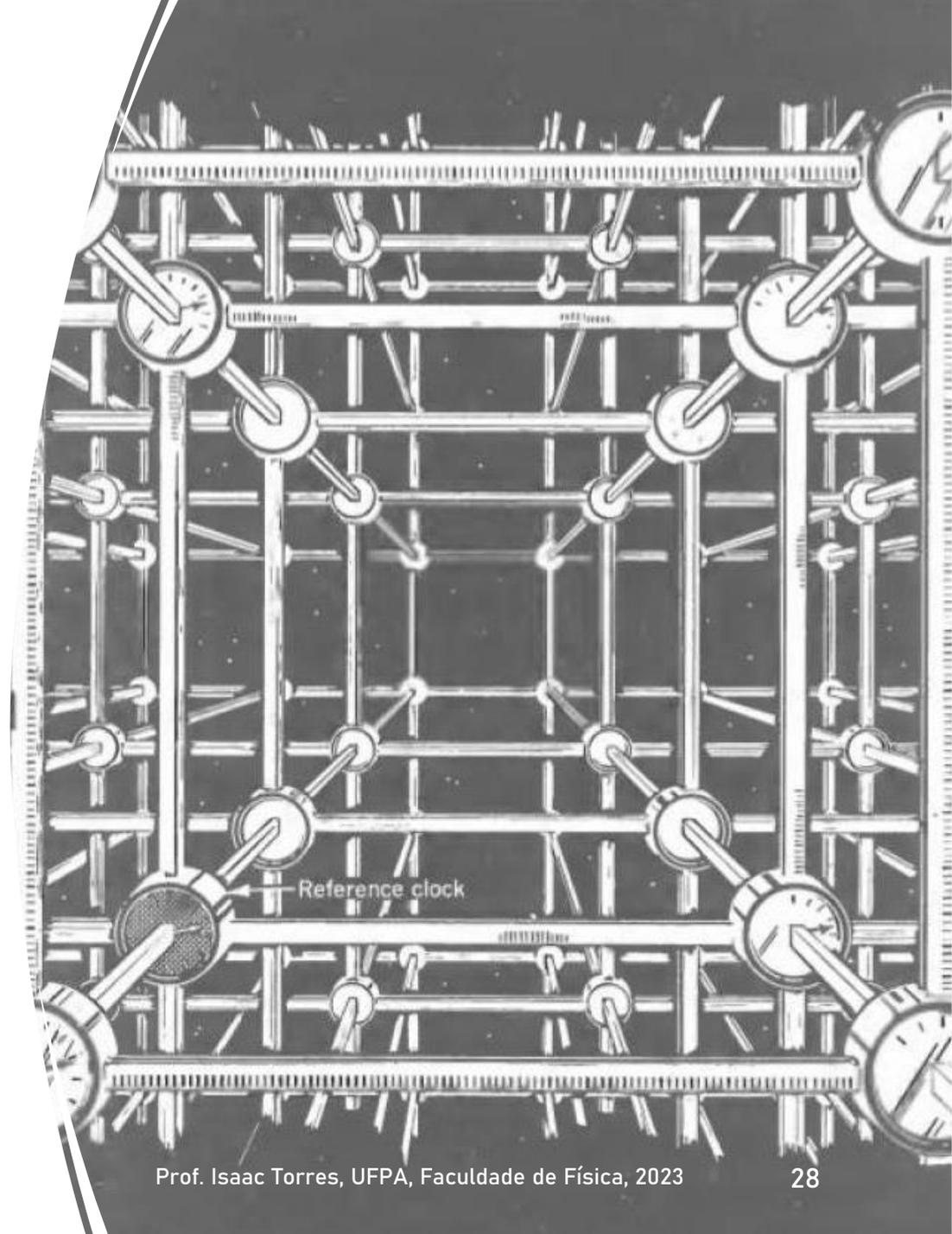


Figura 10.

Figura retirada de um livro de física de ensino médio.

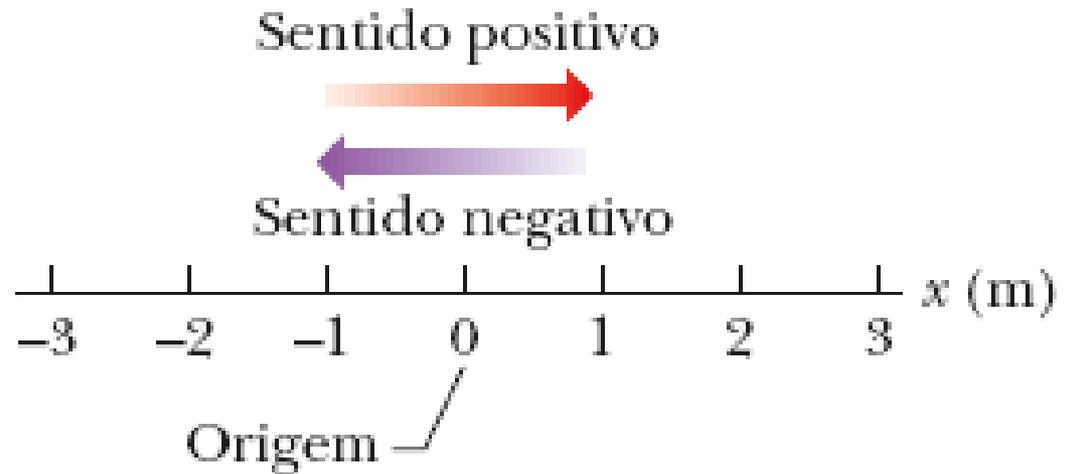
Conceitos de Referencial, Posição e Deslocamento

- **Fisicamente**, o referencial é um objeto físico usado como ponto de referência para medir comprimentos e tempos.
- **Matematicamente**: é um sistema de eixos cartesianos rígidos.



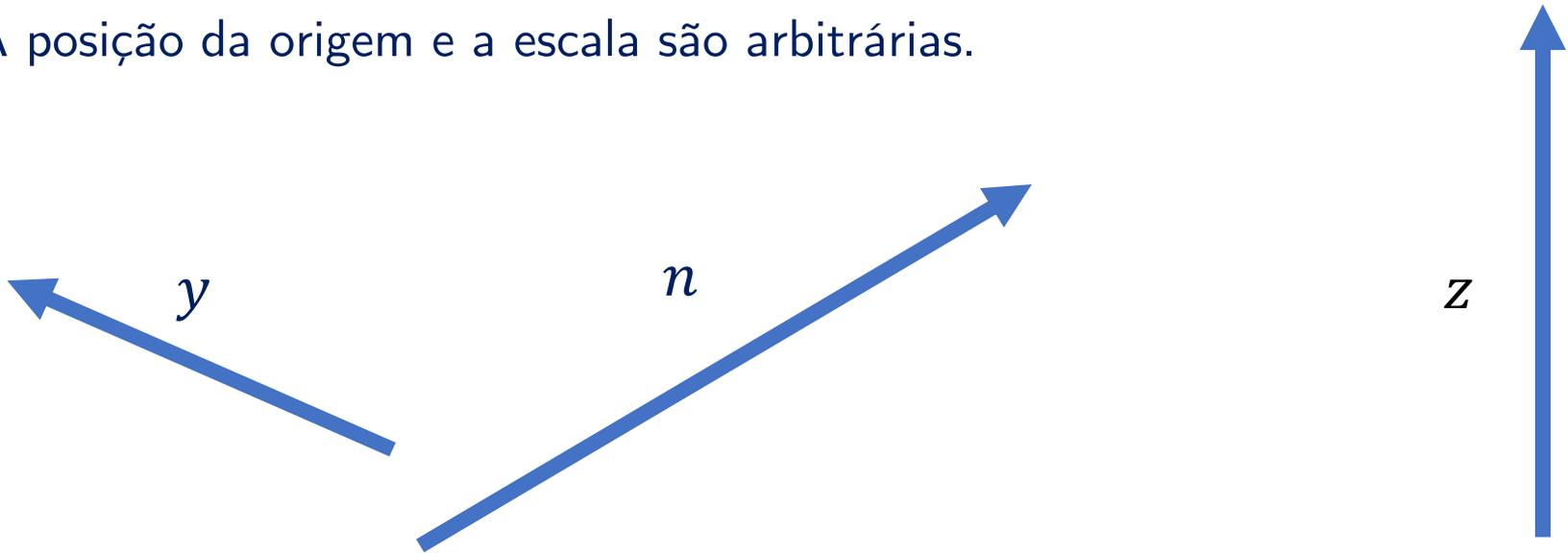
Conceitos de Referencial, Posição e Deslocamento

- Vamos estudar **movimentos retilíneos** (sobre uma reta).
- A própria reta é o **referencial**.
- Ela possui:
 - Um **ponto de referência** onde marcamos o zero.
 - Uma **orientação**: um sentido positivo e um negativo.
 - Uma **escala**, definida pela sua unidade de medida.



Conceitos de Referencial, Posição e Deslocamento

- O eixo pode ter qualquer direção.
- Não precisa ser representado por x .
- A posição da origem e a escala são arbitrárias.



Conceitos de Referencial, Posição e Deslocamento

- A **posição** num instante t num eixo x é $x(t)$
- O deslocamento Δx é a diferença entre a posição final e a inicial:

$$\Delta x = x_{\text{final}} - x_{\text{inicial}} \quad \text{ou} \quad x_2 - x_1, \quad \text{por exemplo}$$



Exemplo 1

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 6t + \frac{2}{3}$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$
0s	0,67m
1s	6,67
2s	12,67m
3s	18,67m
4s	24,67m

Exercício 1

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 1,8 - \frac{t}{2}$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$

Exemplo 2

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 4,90t^2 - 2,55t + 3,29$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$
0s	3,29m
1s	5,64m
2s	17,79m
3s	39,74m
4s	71,49m

Exercício 2

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 0,42 + 2t - 3,33t^2$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$

Exemplo 3

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 4t + 5t^2 - 2t^3$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$
0s	0m
1s	7m
2s	12m
3s	3m
4s	-32m

Exercício 3

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = -3 - 5t - 2t^2 + 4t^3$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$

Exemplo 4

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 4 \cos(2t + 1)$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$
0s	2,16m
1s	-3,96m
2s	1,14m
3s	3,02m
4s	-3,65m

Exercício 4

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 10 \operatorname{sen}(3t - 2)$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$

Exemplo 5

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 12 + 20t + 40(e^{-0,5t} - 1)$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$
0s	12,00m
1s	16,26m
2s	26,72m
3s	40,92m
4s	57,41m

Exercício 5

- Uma partícula se move segundo a função posição abaixo, sendo t em segundos (s) e x em metros (m).

$$x(t) = 9 + 4t + 10(e^{-0,4t} - 1)$$

- Determine suas posições em metros nos instantes $t = 0s, 1s, 2s, 3s, 4s$.
- Preencha esses dados na tabela ao lado.
- Calcule o deslocamento de $t = 2s$ até $t = 4s$.
- Calcule o deslocamento de $t = 0s$ até $t = 3s$.

t	$x(t)$

Tipos de Movimentos

- Veremos que:
- O exemplo 1 é um movimento retilíneo uniforme (MRU), com velocidade constante, é o movimento sujeito a uma força resultante nula.
- O exemplo 2 é um movimento com aceleração constante (MRUV), o resultado de uma partícula sujeita a uma força constante.
- Em física básica I, você irá adquirir ferramentas para mostrar que o exemplo 3 consiste num movimento em que a aceleração aumenta (ou diminui) uniformemente.
- Em física básica II, você irá compreender que o exemplo 4 é um caso de movimento oscilatório, semelhante a um pêndulo.
- Em mecânica clássica I, você irá estudar a queda com resistência do ar, representada por uma solução semelhante à do exemplo 5.



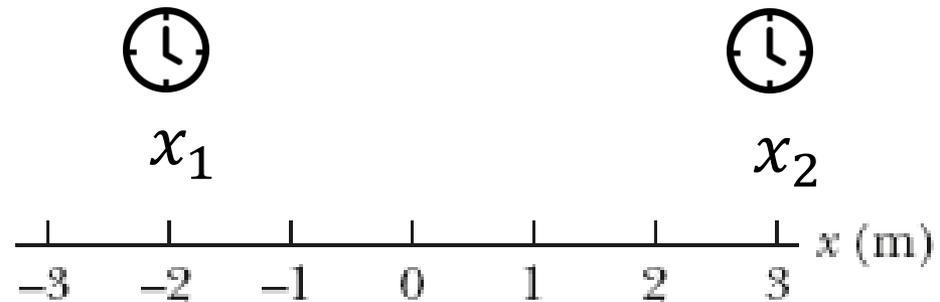
Seção 1.3

Velocidade Média

2.3. Velocidade Média e Velocidade Instantânea

- O conceito de velocidade média mede o deslocamento por unidade de tempo:

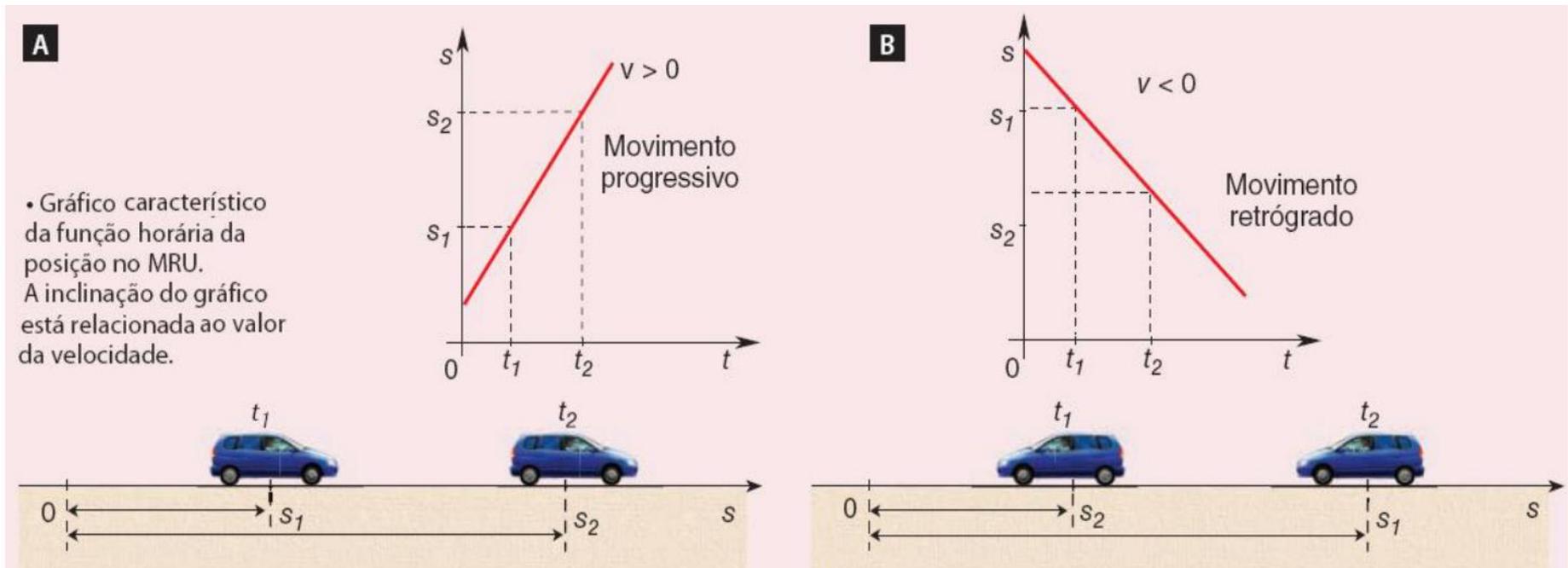
$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$



- A velocidade instantânea mede um aprimoramento dessa ideia, que é a velocidade a cada instante.
- Para evitar uma inconsistência matemática, utilizamos o conceito de derivada, como veremos.

Sinal da Velocidade

- A Velocidade pode ser positiva ou negativa, dependendo da relação entre a orientação do eixo e o sentido do movimento da partícula.



Exemplo 6

- A partir da tabela de valores do Exemplo 1, determine a velocidade média da partícula com $x(t) = 6t + 2/3$.

- Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$. R: 6m/s
- Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$. R: 6m/s

t	$x(t)$
0s	0,67m
1s	6,67
2s	12,67m
3s	18,67m
4s	24,67m

Exercício 6

- A partir da tabela de valores do Exercício 1, determine a velocidade média da partícula:
 - Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$.
 - Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$.

Exemplo 7

- A partir da tabela de valores do Exemplo 2, determine a velocidade média da partícula com $x(t) = 4,90t^2 - 2,55t + 3,29$

- Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$. R: 26,85m/s
- Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$. R: 12,15m/s

t	$x(t)$
0s	3,29m
1s	5,64m
2s	17,79m
3s	39,74m
4s	71,49m

Exercício 7

- A partir da tabela de valores do Exercício 2, determine a velocidade média da partícula:
 - Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$.
 - Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$.

Exemplo 8

- A partir da tabela de valores do Exemplo 3, determine a velocidade média da partícula com $x(t) = 4t + 5t^2 - 2t^3$

t	$x(t)$
0s	0m
1s	7m
2s	12m
3s	3m
4s	-32m

- Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$.
- Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$.

Exercício 8

- A partir da tabela de valores do Exercício 3, determine a velocidade média da partícula:
- Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$.
 - Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$.

Exemplo 9

- A partir da tabela de valores do Exemplo 4, determine a velocidade média da partícula $x(t) = 4 \cos(2t + 1)$

- Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$. R: $-2,39m/s$
- Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$. R: $0,29m/s$

t	$x(t)$
0s	2,16m
1s	-3,96m
2s	1,14m
3s	3,02m
4s	-3,65m

Exercício 9

- A partir da tabela de valores do Exercício 4, determine a velocidade média da partícula:
- Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$.
 - Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$.

Exemplo 10

- A partir da tabela de valores do Exemplo 5, determine a velocidade média da partícula $x(t) = 12 + 20t + 40(e^{-0,5t} - 1)$

- Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$. R: 15,35m/s
- Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$. R: 9,64m/s

t	$x(t)$
0s	12,00m
1s	16,26m
2s	26,72m
3s	40,92m
4s	57,41m

Exercício 10

- A partir da tabela de valores do Exercício 5, determine a velocidade média da partícula:
 - Entre os instantes $t = 2s$ e $t = 4s$.
 - Entre os instantes $t = 0s$ e $t = 3s$.

Exemplos/Exercícios

Para a Lista:
P.27 e P.29

- P.26** (UFPE) Quatro cidades A , B , C e D estão dispostas de tal modo que as distâncias rodoviárias entre A e B , B e C , e C e D são, respectivamente, $AB = 60$ km, $BC = 100$ km e $CD = 90$ km. Se um automóvel vai de A até B a uma velocidade de 60 km/h, da cidade B até a C a uma velocidade média de 50 km/h e da C até a D a uma velocidade média de 45 km/h, determine a velocidade média desse automóvel em km/h, para o percurso de A até D .
- P.27** Um percurso de 310 km deve ser feito por um ônibus em 5 h. O primeiro trecho de 100 km é percorrido com velocidade média de 50 km/h, e o segundo trecho de 90 km, com velocidade média de 60 km/h. Que velocidade média deve ter o ônibus no trecho restante para que a viagem se efetue no tempo previsto?
- P.28** A velocidade escalar média de um automóvel até a metade de seu percurso é 90 km/h e na metade restante é 60 km/h. Determine a velocidade escalar média no percurso total. Ela é a média aritmética das velocidades escalares médias em cada trecho do percurso?
- P.29** A velocidade escalar média de um automóvel é 80 km/h no primeiro trecho de seu percurso e 60 km/h no trecho restante. Os trechos são percorridos no mesmo intervalo de tempo. Qual é a velocidade escalar média durante todo o percurso? Ela é a média aritmética das velocidades escalares médias em cada trecho do percurso?
- P.30** Um trem de comprimento 200 m gasta 20 s para atravessar um túnel de comprimento 400 m. Determine a velocidade escalar média do trem.

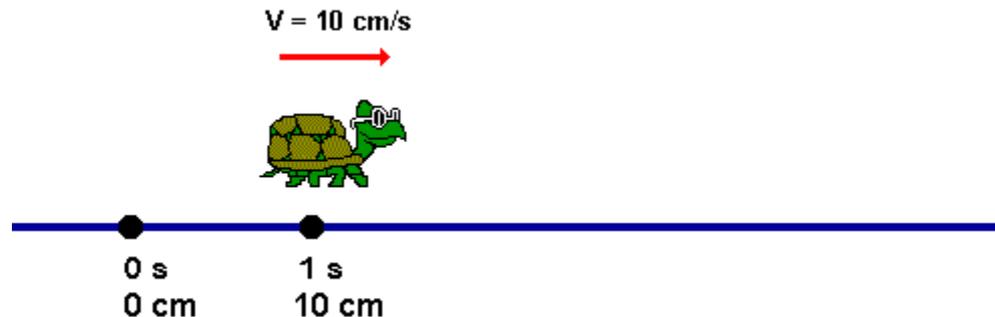


Seção 1.4

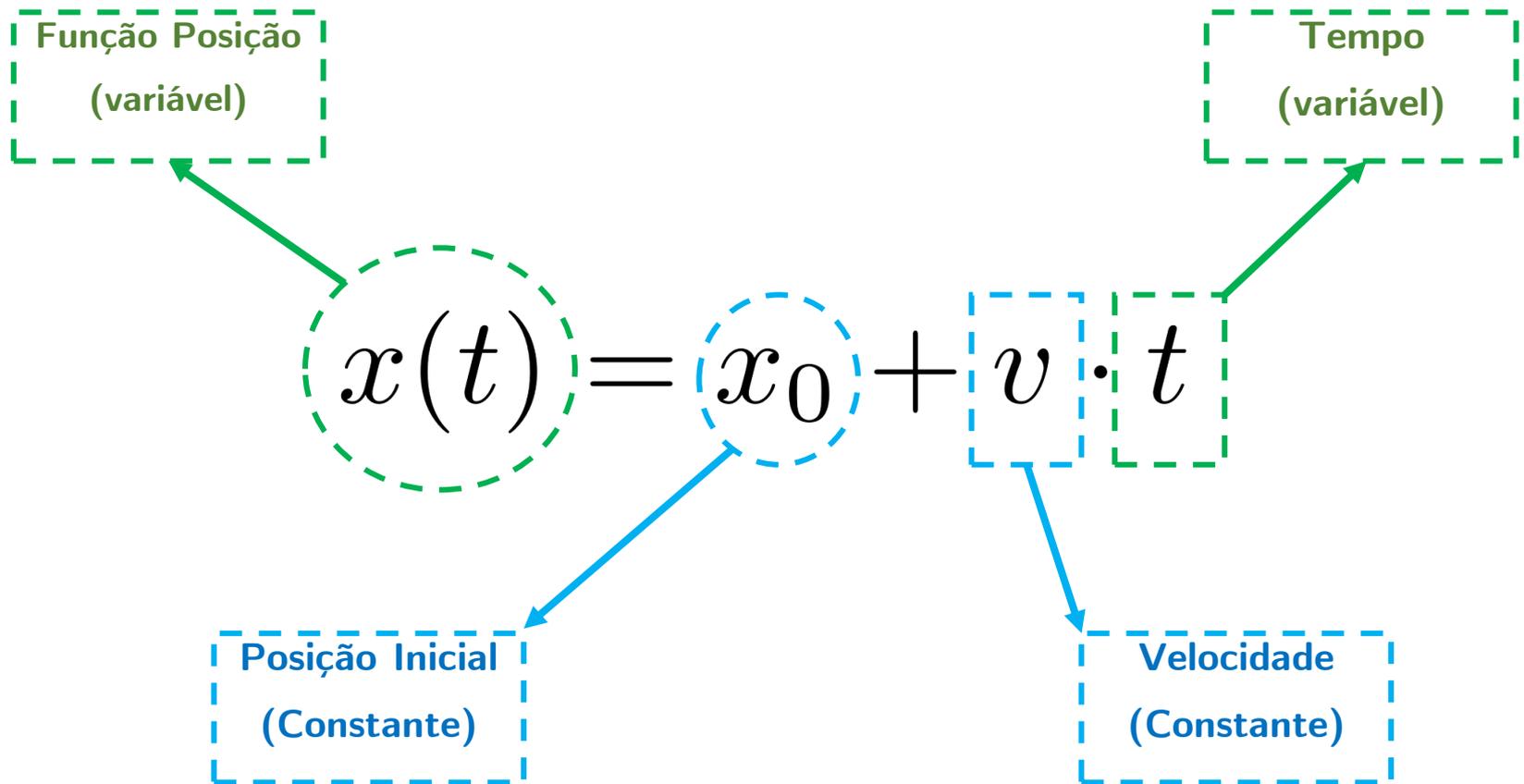
Movimento Retilíneo Uniforme

2.4. Movimento Retilíneo Uniforme (MRU)

- É o movimento que ocorre com velocidade constante.
- Necessariamente é retilíneo, por ser em uma dimensão.
- Como $v = v_m = \Delta x / \Delta t$, podemos obter $x = x_0 + v \cdot t$, considerando $t_0 = 0$.
- O gráfico x versus t é sempre uma reta.
- É um tipo de movimento simples, porém importante, sendo usado como parâmetro para outros movimentos mais complicados.



A Função Posição do MRU



Exemplos – Função Posição

- Determine as funções posição nas situações abaixo, todas com velocidade constante (MRU) onde se supõe sempre um eixo orientado (referencial):
 1. Uma partícula se move sobre um eixo horizontal x , medido em metros, saindo de 10m para 100m em 20s.
 2. Uma partícula se move sobre um eixo vertical y , medido em metros, saindo de -30m para -240m , em 150s.
 3. Uma partícula desce um plano inclinado, num eixo z com velocidade constante, saindo da marcação 0,20m para a marcação 0,60m com velocidade de 0,40m/s para baixo.
 4. Uma partícula sobe o mesmo plano inclinado, que está orientado positivamente no sentido da descida, com velocidade de 0,03m/s, partindo da posição 0,90m.

Exercícios – Função Posição

- Determine as funções posição nas situações abaixo, todas com velocidade constante (MRU) onde se supõe sempre um eixo orientado (referencial):
 1. Uma partícula se move sobre um eixo horizontal x , medido em metros, saindo de 40m para 90m em 20s.
 2. Uma partícula se move sobre um eixo vertical y , medido em metros, saindo de -12m para 30m, em 14s.
 3. Uma partícula desce um plano inclinado, num eixo z com velocidade constante, saindo da marcação 0,45m para a marcação 0,89m com velocidade de 0,53m/s para baixo.
 4. Uma partícula sobe o mesmo plano inclinado, que está orientado positivamente no sentido da descida, com velocidade de 0,39m/s, partindo da posição 0,48m.

Exemplo

- Uma partícula se move no sentido positivo de um eixo y (vertical, orientado positivamente para cima), com 600km/h , sendo as posições marcadas em quilômetros e o tempo medido em horas. A partícula parte da altitude 190km nesse eixo.
 - a) Escreva a função horária do movimento e a represente graficamente.
 - b) Diga sua posição no instante $t = 20\text{h}$.
 - c) Determine em que momento ele atingirá uma altitude de 1000km .

Exemplo

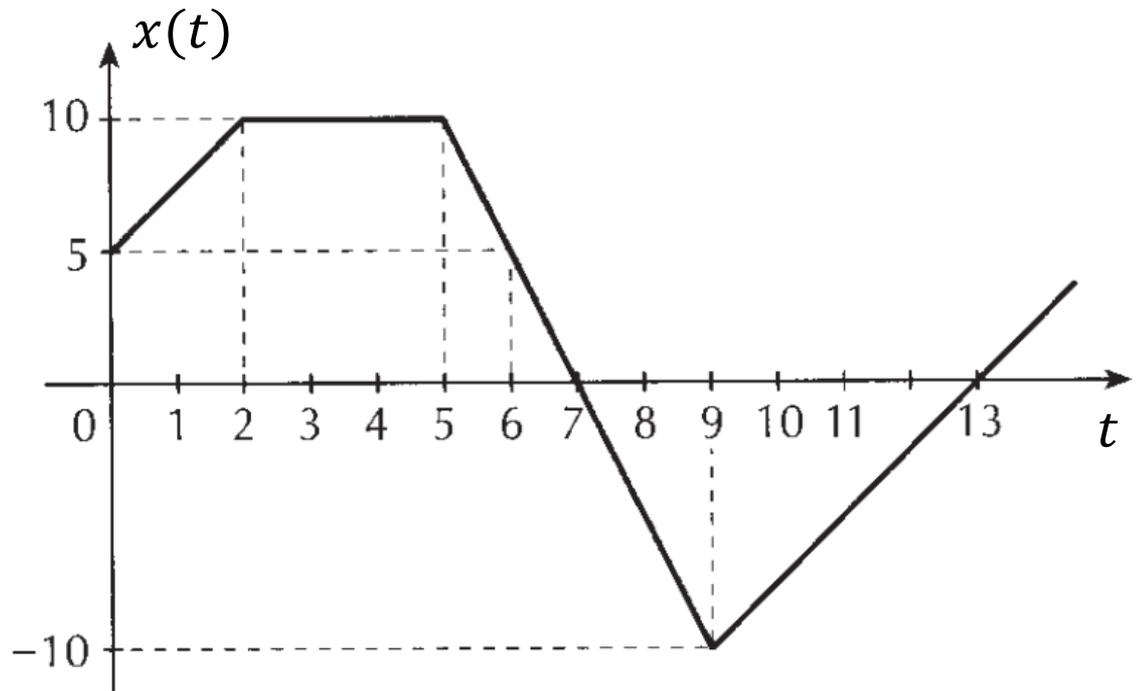
- Duas partículas A e B se movem em um eixo x com posições dadas, respectivamente, por $x_A(t) = 10 + 2t$ e $x_B(t) = 40 - 4t$, com unidades no sistema internacional, ou seja, tempo em segundos e posição em metros.
 - a) Analise fisicamente o que essas equações representam e faça um esquema num eixo x representando o que deve acontecer com esse movimento.
 - b) Determine quando e onde essas partículas irão se encontrar.
 - c) Faça os gráficos de $x_A(t)$ e $x_B(t)$ e comente o que significa fisicamente o ponto de cruzamento dos gráficos.

Exercício

- Duas partículas A e B se movem em um eixo y com posições dadas, respectivamente, por $y_A(t) = 21 + 0,55 t$ e $y_B(t) = 67 - 0,48 t$, com unidades no sistema internacional, ou seja, tempo em segundos e posição em metros.
- a) Analise fisicamente o que essas equações representam e faça um esquema num eixo y representando o que deve acontecer com esse movimento.
 - b) Determine quando e onde essas partículas irão se encontrar.
 - c) Faça os gráficos de $y_A(t)$ e $y_B(t)$ e comente o que significa fisicamente o ponto de cruzamento dos gráficos.

Exemplo

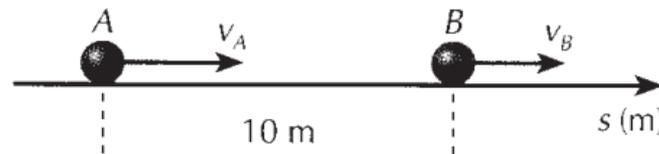
- Uma partícula se move num eixo x de modo aproximadamente igual ao gráfico ao lado.
- Excluindo os instantes onde houve mudança brusca ($2s$, $5s$ e $9s$), o que ocorre com a partícula entre $t = 0s$ e $t = 13s$?
 - Descreva a posição da partícula em função do tempo.
 - O que significam esses pontos de mudança brusca? Eles são fisicamente plausíveis? Por que?



Exercícios

Todos vão
para a Lista

Duas pequenas esferas A e B percorrem uma mesma trajetória retilínea com movimentos uniformes e velocidades escalares $8,0 \text{ m/s}$ e $6,0 \text{ m/s}$, respectivamente. No instante $t = 0$, as esferas estão posicionadas conforme a figura abaixo. Determine em que instantes a distância entre as esferas é de $4,0 \text{ m}$.



Determine o intervalo de tempo para a luz vir do Sol à Terra. No vácuo, a velocidade da luz é constante e aproximadamente igual a $3,0 \cdot 10^5 \text{ km/s}$. A distância entre o Sol e a Terra é de $1,49 \cdot 10^8 \text{ km}$. Considere o movimento de propagação da luz como retilíneo e uniforme.

Um atirador aponta para um alvo e dispara um projétil, que sai da arma com velocidade de 300 m/s . O impacto do projétil no alvo é ouvido pelo atirador $3,2 \text{ s}$ após o disparo. Sendo de 340 m/s a velocidade de propagação do som no ar, calcule a distância do atirador ao alvo.



Seção 1.5

Aceleração Média

Aceleração Média e Aceleração Instantânea

- O conceito de aceleração média mede a variação de velocidade num intervalo de tempo:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

- A aceleração instantânea é um aprimoramento dessa ideia, que é a aceleração a cada instante.

Exemplo

- A aceleração do Exemplo 1 é igual a zero, pois a média é sempre zero, dado que a velocidade é constante e igual a $6m/s$.
- Isso é uma característica do MRU.
- Para verificar isso, suponha um MRU descrito pela equação $x = x_0 + v \cdot t$ e calcule a aceleração média entre dois instantes t_1 e t_2 .



Exemplo

- Suponha que uma partícula se move segundo a equação $x(t) = 4 - 5t + 3t^2$, no SI. Você aprenderá em Cálculo que a velocidade em função do tempo desse movimento é:

$$v(t) = -5 + 6t$$

- A partir daí, calcule a aceleração média a_m entre os instantes 0s e 3s e entre 3s e 6s.
- Você consegue mostrar que o resultado vai ser o mesmo, independentemente da escolha de tempos t_1 e t_2 ? Que valor é esse?

Exercício

- Suponha que uma partícula se move segundo a equação $x(t) = 35 + 4t - 7t^2$, no SI. Você aprenderá em Cálculo que a velocidade em função do tempo desse movimento é:

$$v(t) = 4 - 14t$$

- A partir daí, calcule a aceleração média a_m entre os instantes 0s e 5s e entre 5s e 10s.
- Você consegue mostrar que o resultado vai ser o mesmo, independentemente da escolha de tempos t_1 e t_2 ? Que valor é esse?

Exemplos e Exercícios

- Calcule a aceleração média entre os instantes $t_1 = 2s$ e $t_2 = 7s$ para os movimentos descritos pelas funções velocidade abaixo, todos no SI. Use duas casas decimais:

a) $v_1(t) = 4,33t - 10$

b) $v_2(t) = 12 - 5t + 4t^2$

c) $v_3(t) = 27e^{-0,3t} \cos(12t + 13)$

d) $v_4(t) = 12 \cos(3t + 5) + 4t$

e) $v_5(t) = 12e^{-0,6t} + 5t$

f) $v_6(t) = -12\text{sen}(10 - 3t) + 20t^2$

g) $v_7(t) = -23t^3 + 5t^2$

Para a Lista:
a, c, e, f, g



Seção 1.6

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado

O MRUV

- Após termos estudado o MRU, o movimento com velocidade constante, o tipo de movimento mais simples, o segundo mais simples é aquele com aceleração constante.
- Nesse movimento, a aceleração varia de modo constante: ou sempre aumenta de uma mesma quantidade ou sempre diminui de uma mesma quantidade, a cada segundo que passa.
- A palavra aceleração pode significar aumentar ou diminuir a velocidade: uma pedra caindo está acelerando, mas um carro freando também.
- A animação abaixo ilustra o MRUV:
- <https://ophysics.com/k6.html>

A função velocidade $v(t)$ em um MRUV

- Dado que a aceleração é constante, ela é igual à média em qualquer intervalo de tempo que se tome.
- Tomando um instante inicial nulo ($t_0 = 0s$) e estudando o movimento até um instante posterior qualquer t , temos:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(t) - v(0)}{t - 0}$$

- A partir daí, podemos deduzir que, sendo $v(0) \equiv v_0$ a velocidade inicial:

$$v(t) = v_0 + a \cdot t$$

- Esta é a função velocidade em um MRUV com velocidade inicial igual a v_0 e aceleração a .