Universidade Federal do Pará
Instituto de Ciências Exatas e Naturais
Faculdade de Física

Funções Definidas por Várias Sentenças

Prof. Isaac Torres
https://itsufpa.wixsite.com/prof-isaac-torres

Parte I

Tópicos

1. Módulo de um número real
2. Propriedades do módulo
3. Exemplo de demonstração de propriedade do módulo

Exemplo de Demonstração Passo a Passo

- **Teorema** (Desigualdade Triangular). Dados dois números reais a e b, temos $|a+b| \leq |a| + |b|$.
- **Demonstração.**
- P: a e b são dois números reais.
- P_1: $|a+b|^2 = (a+b)(a+b)$, pois $|x|^2 = x^2\ \forall x \in \mathbb{R}$
- P_2: $(a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$
- P_3: como $x \leq |x|\ \forall x \in \mathbb{R}$, temos $a^2 + 2ab + b^2 \leq |a|^2 + 2|a| \cdot |b| + |b|^2$
- P_4: Pelos quatro passos acima, $|a+b|^2 \leq |a|^2 + 2|a| \cdot |b| + |b|^2$
- P_5: Aplicando o produto notável, $|a|^2 + 2|a| \cdot |b| + |b|^2 = (|a| + |b|)^2$
- P_6: Por P_4 e P_5, $|a+b|^2 \leq (|a| + |b|)^2$
- P_7: $\forall x, y > 0$, tem-se $x^2 \leq y^2 \Rightarrow x \leq y$
- Q: Por P_6 e P_7, concluímos que $|a+b| \leq |a| + |b|, \forall a, b \in \mathbb{R}$. ■

Tópicos

1. Gráfico da função modular
2. Outras Funções Modulares
3. Algumas Funções Definidas por várias sentenças
4. Noção intuitiva de continuidade
5. Descontinuidades Removíveis

Identificando o Domínio de uma Função

- Em muitos momentos, o interessante é identificar qual é o domínio maior possível para definir uma função real.

- Por exemplo, suponhamos que queremos definir uma função através da expressão abaixo:

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$$

- Nosso anseio é definir ela em toda a reta, mas isso só não é possível porque não podemos escolher $x = 4$, pois isto anularia o denominador.

- Logo, o maior domínio possível é $\mathbb{R} - \{4\}$, onde fizemos a diferença de conjuntos, ou seja, o conjunto $\mathbb{R}$ excluindo o número 4.

Identificando o Domínio de uma Função

- Dessa forma, podemos definir

$$f\colon \mathbb{R} - \{4\} \longrightarrow \mathbb{R}$$

- Pela expressão

$$f(x) = \frac{x^2 - 16}{x - 4}$$

- Sem que isso leve a um problema.

- Curioso é que esta função pode ser simplificada, mas isso só pode ser feito porque já excluímos a possibilidade de x ser igual a 4.

- Para $x \neq 4$, temos:

$$f(x) = x + 4$$

E agora, como fica o gráfico dessa função?

Identificando o Domínio de uma Função

- Identifique qual o domínio máximo para as funções reais abaixo, considerando sempre o conjunto dos números reais como referência, como no exemplo anterior e simplifique as expressões das funções

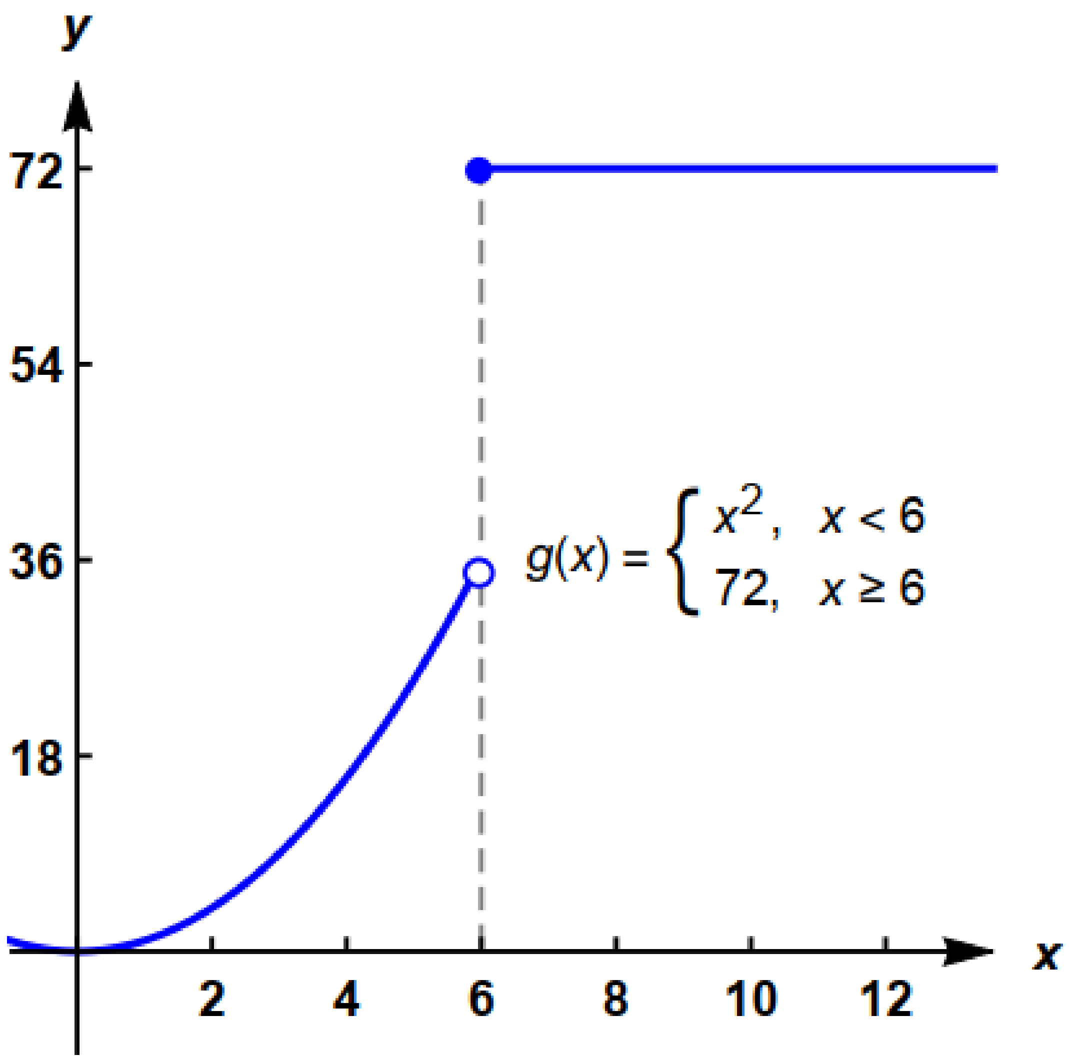
$$a)\ f(x) = \frac{x^2-16}{x+4}$$

$$b)\ g(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x}-\sqrt{3}}$$

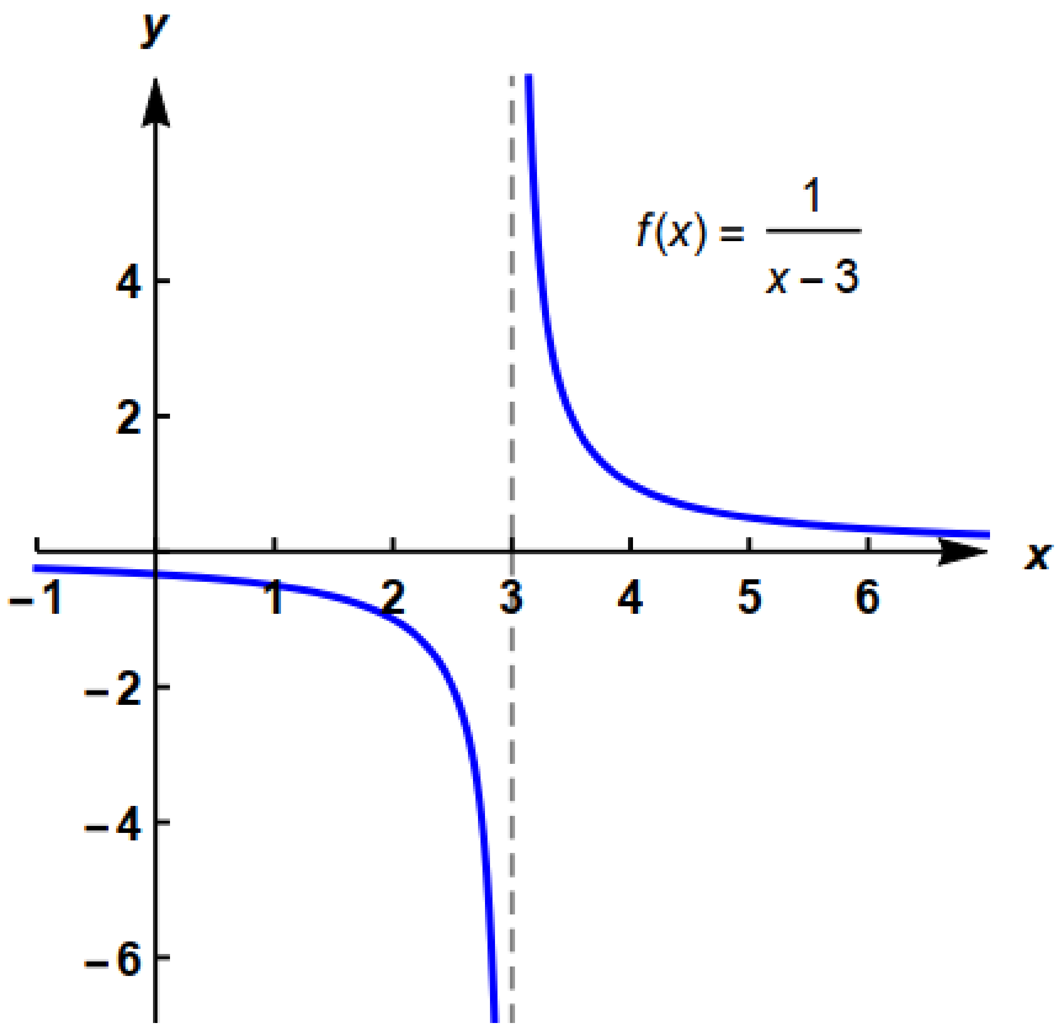
$$c)\ h(x) = \frac{x^2-2x+1}{x-1}$$

$$d)\ u(x) = \frac{x+6}{x^2-36}$$

Descontinuidade Tipo Salto



Descontinuidade Infinita



Parte II

Tópicos

1. Composição de Funções
2. Definição de Inversa
3. O Conceito de função Injetora
4. O Conceito de função Sobrejetora
5. Critério para uma função possuir inversa